

Die erklärten Größen dieses VEC-Modells sind die jährlichen Zuwachsraten von Y und C , also die gleichen Größen wie in Beispiel 22.2. Der Wert des Informationskriteriums von Akaike ist daher ein geeignetes Kriterium zum Vergleich des VAR-Modells aus Beispiel 22.2 mit dem hier geschätzten VEC-Modell. Für das in der Tabelle 22.2 beschriebene Modell ergibt sich das Informationskriterium von Akaike zu $AIC = -15,48$, also ein deutlich kleinerer Wert als die $-14,49$ für das VAR(1)-Modell in Beispiel 22.2. Der Vergleich der AIC-Werte für das Modell für den Konsum aus dem VAR(1)-Modell ($-6,99$) fällt deutlich zugunsten des VEC(1)-Modells aus.

ZUSAMMENFASSUNG

- **Dynamische Mehrgleichungs-Modelle:** Dynamische Modelle für einen Vektor von Variablen sind die Verallgemeinerung des univariaten, dynamischen Eingleichungs-Modells. Ausgangspunkt ist das vektor-autoregressive oder VAR-Modell. Die Beziehungen zwischen den Komponenten eines VAR-Modells sind die Modellgleichungen des dynamischen Mehrgleichungs-Modells. Mit VAR-Modellen können dynamische Beziehungen zwischen ökonomischen Größen spezifiziert werden, ohne explizite Annahmen über Endogenität oder Exogenität der Variablen und über strukturelle Abhängigkeiten zwischen ihnen treffen zu müssen.
- **Repräsentations-Theorem von Granger:** Besonders interessieren VAR-Modelle, die für nichtstationäre Variablen spezifiziert sind. Falls diese Variablen $I(1)$ -integriert sind, können zwischen ihnen kointegrierende Beziehungen existieren, die stationär sind und Gleichgewichtsbeziehungen darstellen. Das Repräsentations-Theorem von Granger gibt Bedingungen an, unter denen solche kointegrierenden Beziehungen existieren, und das auch zeigt, wie die kointegrierenden Beziehungen in Abhängigkeit von einem Datensatz definiert werden können.
- **VEC-Modelle:** Existieren zwischen den Variablen eines VAR-Modells kointegrierende Beziehungen, so kann das VAR-Modell – wie im univariaten Fall – in der Form eines Fehlerkorrektur-Modells dargestellt werden, das dann Vektor-Fehlerkorrektur- oder kurz VEC-Modell genannt wird.
- **Schätzen eines VEC-Modells:** Das Verfahren zum Schätzen der Parameter eines VEC-Modells läuft in mehreren Schritten ab: Im ersten Schritt ist die Entscheidung über die Anzahl der kointegrierenden Beziehungen, der sogenannte Kointegrationsrang, zu treffen. Dafür wird die R3-Methode von Johansen verwendet, auch Johansen-Test genannt. In den weiteren Schritten werden die kointegrierenden Beziehungen, so solche gefunden wurden, und schließlich die Parameter des VEC-Modells geschätzt.

Wichtige Begriffe

- Adaptionsparameter
- Charakteristisches Polynom
- Johansen's Test
- Kointegrationsrang
- Kointegrierende Beziehung
- kointegrierender Vektor
- Max-Test
- R3-Methode
- Repräsentations-Theorem von Granger
- Spur-Test
- Trace-Test
- VAR-Modell
- VEC-Modell

AUFGABEN

22.A.1 Empirische Anwendungen

1. Schätzen Sie ein VAR-Modell für die ersten Differenzen ΔCR und ΔYDR aus *DataSet01*; verwenden Sie (i) ein VAR(1)-Modell und (ii) ein VAR(2)-Modell.
2. Der Datensatz *DataSet2* enthält vierteljährliche Zeitreihen GDP (Brutto-Inlandsprodukt, Y), $M3$ (Geldmenge $M3$, M), $RSBN$ (langfristiger Zinssatz, R) und $R3M$ (kurzfristiger Zinssatz, $R3$); die Reihen GDP und $M3$ sind saisonbereinigt.
 - (a) Schätzen Sie ein VAR-Modell für die Jahresdifferenzen von $\log(M)$ und $\log(Y)$.
 - (b) Führen Sie Johansen's Test für die Datenreihen $\log(M)$ und $\log(Y)$ durch.
 - (c) Schätzen Sie ein VEC-Modell für die Variablen $\log(M)$ und $\log(Y)$.
3. Untersuchen Sie für den Datensatz *DataSet2* den vierkomponentigen Vektor mit den Variablen $\log(M)$, $\log(Y)$, R und $R3$:
 - (a) Schätzen Sie ein VAR-Modell für die Jahresdifferenzen von $\log(M)$, $\log(Y)$, R , und $R3$.
 - (b) Führen Sie Johansen's Test für die Datenreihen $\log(M)$, $\log(Y)$, R und $R3$ durch.
 - (c) Schätzen Sie ein VEC-Modell für $\log(M)$, $\log(Y)$, R und $R3$.



22.A.2 Allgemeine Aufgaben und Probleme

1. Zeigen Sie, dass das Mehrgleichungs-Modell $Ay_t = \Gamma z_t + u_t$, das als vorkorrigierte Variable nur um eine Periode verzögerte endogene Variable enthält, in ein Modell (22.1.1) mit konstantem μ umgeformt werden kann.
2. Zeigen Sie, dass $z_1 = 1/\varrho_1$ und $z_2 = 1/\varrho_2$ die Wurzeln des charakteristischen Polynoms zum VAR(1)-Modell aus Beispiel 22.3 sind.
3. Zeigen Sie, dass der Rang der Matrix $\Psi(1)$ zum Modell aus Beispiel 22.3 den Wert Eins hat, wenn $\varrho_2 = 1$.
4. Zeigen Sie, dass die Gleichungen (22.2.5) für das VAR(1)-Modell aus Beispiel 22.3 die in Beispiel 22.4 angegebene Form haben.



22.B Hinweise zu gretl und EViews

22.B.1 Schätzen des VAR- und des VEC-Modells

Beide Software-Pakete bieten das Instrumentarium zur Datenanalyse auf Basis von VAR- und VEC-Modellen: Sie

- ermöglichen das einfache Spezifizieren der Modelle und
- die Anwendung der entsprechenden Schätzverfahren;
- sie stellen auch Verfahren wie Kointegrationstests zur Verfügung, die zum Diagnostizieren der jeweiligen Voraussetzungen verwendet werden.

22.B.2 VAR- und VEC-Modelle in gretl

gretl bietet Verfahren zum Spezifizieren und Schätzen von VAR- und VEC-Modellen; daneben gibt es Menüpunkte zur Wahl der Lag-Ordnung von VAR-Modellen und zu Kointegrationstests.

- Das Spezifizieren eines VAR-Modells erfolgt durch Anklicken von **Modell** im Hauptfenster, dann **Zeitreihen**, und der Auswahl von **Vektor-Autoregression** ... unter den dort gebotenen Möglichkeiten. Damit öffnet sich das Dialogfenster VAR, in dem die endogenen und die exogenen Variablen sowie die Lag-Ordnung spezifiziert werden, das ist die Zahl der Lags jeder endogenen Variablen, die in den Modellgleichungen zu berücksichtigen ist. Das Output-Fenster enthält ein Regressionsmodell für jede endogene Variable sowie das Ergebnis des Tests, ob die dem maximalen Lag entsprechenden Variablen zur Erklärung beitragen.
- Das Spezifizieren eines VEC-Modells erfolgt durch Anklicken von **Modell** im Hauptfenster, dann **Zeitreihen**, und der Auswahl von **VECM** ... unter den dort gebotenen Möglichkeiten. Damit öffnet sich das Dialogfenster **VECM**, in dem wie beim VAR-Modell die endogenen, die exogenen Variablen und die Lag-Ordnung spezifiziert werden und zusätzlich der Kointegrationsrang anzugeben ist, das ist die Zahl der kointegrierenden Beziehungen zwischen den Modellvariablen. Schließlich sind durch entsprechende Auswahl die Interzepte und deterministische Trends

festzulegen. Das Output-Fenster enthält ein Regressionsmodell für jede endogene Variable, den oder die kointegrierenden Vektoren und weitere Ergebnisse.

- Die Wahl der Lag-Ordnung von VAR-Modellen erfolgt durch Anklicken von **Modell** im Hauptfenster, dann **Zeitreihen** und Auswahl unter den dort gebotenen Möglichkeiten von **VAR Laglängenwahl** ... Damit öffnet sich das Dialogfenster **VAR Laglängenwahl**, in dem wie beim VAR-Modell die endogenen und exogenen Variablen und die maximale Lag-Ordnung spezifiziert werden. Das Output-Fenster enthält zu jedem Lag von Eins bis zur Lag-Ordnung die Informationskriterien wie AIC und BIC.
- Die Kointegrationstests nach Engle-Granger und nach Johansen können als Menüpunkte unter **Zeitreihen** und dann **Kointegrationstest** aufgerufen werden. In beiden Fällen sind wiederum die endogenen und exogenen Variablen sowie die Lag-Ordnung anzugeben. Der Output zum Engle-Granger Test zeigt die Ergebnisse der drei Schritte dieses Tests. Der Output zum Johansen-Test zeigt die Teststatistiken zu Spur- und Max-Test, den oder die kointegrierenden Vektoren und weitere Inhalte.

22.B.3 VAR- und VEC-Modelle in EViews

EViews unterstützt das Schätzen der Parameter von VAR- und VEC-Modellen. Das Spezifizieren beider Modelle erfolgt durch Anklicken von **System** in **Objects/New Object** und Auswahl von **VAR**, wodurch ein Objekt vom Typ **Var** generiert und das entsprechende Eingabe-Fenster **VAR Specification** geöffnet wird. Hier sind die endogenen und exogenen Variablen sowie die gewünschten Lags anzugeben. Im Feld **VAR Type** wird festgelegt, ob ein **VAR**- oder ein **VEC**-Modell analysiert werden soll.

- Beim Schätzen eines VAR-Modells enthält das Output-Fenster für jede endogene Variable ein Regressionsmodell sowie diverse diagnostische Statistiken (AIC, BIC); für das gesamte Modell werden die Informationskriterien AIC und BIC gezeigt.
- Beim Schätzen eines VEC-Modells enthält das Output-Fenster zusätzlich zu den Informationen zum VAR-Modell die Ergebnisse zu der oder den kointegrierenden Beziehungen. Der Johansen-Test kann durch Anklicken von **View** und Auswahl von **Cointegration Test** ... ausgeführt werden, wobei Interzepte und deterministischen Trends festzulegen sind; der Output zum Johansen-Test zeigt die Teststatistiken zu Spur- und Max-Test, die kointegrierenden Vektoren und weitere Inhalte.