Angewandte Ökonometrie, WS 2012/13, 1. Teilprüfung am 6.12.2012 - Lösungen

LV-Leiterin: Univ.Prof.Dr. Sylvia Frühwirth-Schnatter

1 Wahr oder falsch?

1. Das folgende Modell ist ein GARCH(1,1)-Modell:

$$Y_t \sim \text{Normal}(0, \sigma_t^2), \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2. \tag{1}$$

   Falsch, richtige Alternativen:

   - Das folgende Modell ist ein ARCH(1)-Modell:

$$Y_t \sim \text{Normal}(0, \sigma_t^2), \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2. \tag{2}$$

   - Das folgende Modell ist ein GARCH(1,1)-Modell:

$$Y_t \sim \text{Normal}(0, \sigma_t^2), \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \gamma \sigma_{t-1}^2. \tag{3}$$

2. Ein GARCH(1,1)-Modell modelliert den bedingten Erwartungswert $\mathrm{E}(Y_t|Y_{t-1})$ einer Zeitreihe Y_t.
   Falsch, richtige Alternative:

   - Ein GARCH(1,1)-Modell modelliert **die bedingte Varianz** $\mathrm{V}(Y_t|Y_{t-1})$ einer Zeitreihe Y_t.

3. ARCH- und GARCH-Modelle werden mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (*least square estimation*) geschätzt.
   Falsch, richtige Alternative:

   - ARCH- und GARCH-Modelle werden mittels der **Maximum-Likelihood Methode** geschätzt.

4. Seien Y_{1t} und Y_{2t} stationäre Zeitreihen mit langfristigen Durchschnitt (*long-run mean*) μ_1 bzw. μ_2. Ist die Kreuzkorrelation (*cross correlation*) $\rho_{12}(h)$ zwischen Y_{1t} and Y_{2t} zum lead $|h|$ positiv und liegt der Prozess Y_{1t} zum Zeitpunkt t unter dem langfristigen Durchschnitt μ_1, dann ist zu erwarten, dass der Prozess $Y_{2,t+|h|}$ zum Zeitpunkt $t + |h|$ über dem langfristigen Durchschnitt μ_2 liegt.
   Falsch, richtige Alternativen:

- Ist die Kreuzkorrelation (*cross correlation*) $\rho_{12}(h)$ zwischen Y_{1t} and Y_{2t} zum lead $|h|$ positiv und liegt der Prozess Y_{1t} zum Zeitpunkt t unter dem langfristigen Durchschnitt μ_1, dann ist zu erwarten, dass der Prozess $Y_{2,t+|h|}$ zum Zeitpunkt $t+|h|$ **unter** dem langfristigen Durchschnitt μ_2 liegt.
- Ist die Kreuzkorrelation (*cross correlation*) $\rho_{12}(h)$ zwischen Y_{1t} and Y_{2t} zum lead $|h|$ **negativ** und liegt der Prozess Y_{1t} zum Zeitpunkt t unter dem langfristigen Durchschnitt μ_1, dann ist zu erwarten, dass der Prozess $Y_{2,t+|h|}$ zum Zeitpunkt $t+|h|$ über dem langfristigen Durchschnitt μ_2 liegt.
- Ist die Kreuzkorrelation (*cross correlation*) $\rho_{12}(h)$ zwischen Y_{1t} and Y_{2t} zum lead $|h|$ positiv und liegt der Prozess Y_{1t} zum Zeitpunkt t **über** dem langfristigen Durchschnitt μ_1, dann ist zu erwarten, dass der Prozess $Y_{2,t+|h|}$ zum Zeitpunkt $t+|h|$ über dem langfristigen Durchschnitt μ_2 liegt.

5. Die Residuen in einem VAR(1)-Modell sind korreliert.
   Richtig.

6. Ein VAR(3)-Modell für bivariate Zeitreihen kann als ein System von 3 Regressionsgleichungen dargestellt werden.
   Falsch, richtige Alternativen:

   - Ein VAR(3)-Modell für bivariate Zeitreihen kann als ein System von **2** Regressionsgleichungen dargestellt werden.
   - Ein VAR(3)-Modell für **trivariate** Zeitreihen kann als ein System von 3 Regressionsgleichungen dargestellt werden.

7. Bei einem VAR(3)-Modell gehen zu jedem Zeitpunkt t Beobachtungen, die mehr als 2 Perioden zurückliegen, nicht direkt in die Modellgleichungen ein.
   Falsch, richtige Alternativen:

   - Bei einem VAR(3)-Modell gehen zu jedem Zeitpunkt t Beobachtungen, die mehr als **3** Perioden zurückliegen, nicht direkt in die Modellgleichungen ein.
   - Bei einem **VAR(2)**-Modell gehen zu jedem Zeitpunkt t Beobachtungen, die mehr als 2 Perioden zurückliegen, nicht direkt in die Modellgleichungen ein.

2 Praktische Aufgabenstellungen in EVIEWS

2.1 Beispiel 1

Verwenden Sie **EViews Output 1a** bis **EViews Output 1c**, um folgende Fragen zu beantworten:

1. Welche Datenstruktur wird in **EViews Output 1a** modelliert und welches Modell wurde geschätzt?

   Lösung: es werden bivariate Zeitreihen modelliert; es wurde ein VAR(1)-Modell geschätzt.

2. Geben Sie die mathematische Formulierung dieses Modells in Form eines Gleichungssystems an.

   Lösung:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= -0.192767 Y_{1,t-1} + 0.170791 Y_{2,t-1} + 0.004418 + \varepsilon_{1t}, \\ Y_{2t} &= 0.088312 Y_{1,t-1} - 0.160724 Y_{2,t-1} + 0.010268 + \varepsilon_{2t}. \end{aligned}$$

3. Auf derselben Seite ist die zugehörige Residuendiagnose dargestellt. Kommentieren Sie dieses Ergebnis. Was ist in der Abbildung links oben, was ist in der Abbildung links unten dargestellt?

   Lösung:

   (a) links oben wird die verbleibende Autokorrelation der Residuen in der ersten Gleichung (Modellierung von `R - SWE`) untersucht;

   (b) links oben wird die verbleibende Kreuzkorrelation zwischen den Residuen der zweiten und den Residuen der ersten Gleichung untersucht; d.h. sind die Residuen der zweiten Gleichung von den vergangenen Residuen der ersten Gleichung abhängig?

   (c) Die Residuendiagnose ist für ein VAR(1)-Modell nicht zufriedenstellend, da die Resiuden der zweiten Gleichung zum lag 3 autokorreliert sind, und noch immer Kreuzkorrelation zwischen den Residuen der ersten Gleichung und der zweiten Gleichung besteht; d.h. die Residuen der ersten Gleichung sind von den vergangenen Residuen der zweiten Gleichung abhängig.

4. Die zuletzt beobachteten Werte betragen `r-fin=-0.017225` und `r-swe=0.011050`. Welchen Wert würden Sie für die Variable `r-swe` für den nächsten Zeitpunkt auf Basis des geschätzten Modells vorhersagen?

   Lösung: die Vorhersage lautet

$$\mathrm{E}(Y_{1,t+1}|\mathbf{Y}_t) = \phi_{11} Y_{1,t} + \phi_{12} Y_{2,t} + c_1,$$

   daher

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(Y_{1,t+1}|\mathbf{Y}_t) &= -0.192767 \cdot 0.011050 + 0.170791 \cdot (-0.017225) + 0.004418 \\ &= -0.0006539. \end{aligned}$$

5. Welches Modell wurde in **EViews Output 1b** geschätzt? Welches der beiden Modelle würden Sie auf Basis der Residuendiagnosen bzw. auf Basis der gängigen Modellwahlkriterien vorziehen (genaue Begründung)?

   Lösung:

   (a) es wurde ein VAR(2)-Modell geschätzt.

   (b) Die Residuendiagnose ist im Gegensatz zum VAR(1)-Modell zufriedenstellend, daher ist das VAR(2)-Modell vorzuziehen.

   (c) Außerdem ist der zu `R-FIN(-2)` gehörige Wert signifikant, was die höhere Modellordnung rechtfertigt.

   (d) Bei den gängigen Modellwahlkriterien würde AIC ebenfalls das VAR(2)-Modell vorziehen ($-8.981 < -8.912$), während das Schwarz Kriterium das VAR(1)-Modell vorzieht ($-8.776 < -8.754$).

6. Auf Basis des in **EViews Output 1b** geschätzten Modells wurde **EViews Output 1c** erstellt. Was ist in dieser Abbildung dargestellt? Interpretieren Sie die Abbildung rechts oben.

   Lösung: in dieser Abbildung ist die Impulse-response Funktion dargestellt:

   (a) Die Abbildung rechts oben zeigt die Auswirkung eines Schock der Größe 1 in der Zeitreihe `R-FIN` auf künftige Werte der Zeitreihe . Der Schock wird mit einer Zeitverzögerung von einem Quartal gedämpft wirksam.

   (b) Die Abbildung links unten zeigt die Auswirkung eines Schock der Größe 1 in der Zeitreihe `R-SWE` auf künftige Werte der Zeitreihe `R-FIN`. Der Schock wird mit einer Zeitverzögerung von ein bis zwei Quartalen wirksam, ist allerdings nicht signifikant.

2.2 Beispiel 2

Verwenden Sie **EViews Output 2a** bis **EViews Output 2d**, um folgende Fragen zu beantworten:

1. Welche Datenstruktur wird in **EViews Output 2a** modelliert und welches Modell wurde geschätzt?

   Lösung: es werden trivariate Zeitreihen modelliert; es wurde ein VAR(2)-Modell geschätzt.

2. Geben Sie die mathematische Modellformulierung in Matrixschreibweise an.

   Lösung:

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \mathbf{\Phi}_2 \mathbf{Y}_{t-2} + \mathbf{c} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \mathrm{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \mathbf{\Sigma}.$$

3. Welche Parameter modellieren den Einfluss der Beobachtungen der vorangegangenen Periode? Geben Sie die zugehörigen geschätzten Parameter in Matrixschreibweise an.

   Lösung:

$$\mathbf{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ \Phi_{31} & \Phi_{22} & \Phi_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.011 & 0.083 & 0.044 \\ 0.010 & -0.024 & 0.049 \\ 0.052 & -0.031 & -0.057 \end{pmatrix}.$$

4. Ist das geschätzte Modell stationär? Begründen Sie Ihre Antwort auf Basis des vorhanden EViews outputs.

   Lösung: das Modell ist stationär, alle 6 Eigenwerte der entsprechenden Matrix liegen laut EViews output 2b innerhalb des Einheitskreises.

5. Interpretieren Sie **EViews Output 2c** im Hinblick auf die simultane Korrelation der Residuen in den Gleichungen, die `XA` bzw. `XC` entsprechen.

   Lösung: EViews Output 2c stellt die geschätzte (simultane) Kovarianzmatrix der Residuen dar. Daraus muss die Korrelation berechnet werden:

$$r_{XA,XC} = 19.838/\sqrt{28.167 \cdot 37.023} = 0.614.$$

6. Welche Fragestellung wird in **EViews Output 2d** untersucht? Interpretieren Sie das Ergebnis.

   Lösung: es wird auf Granger Kausalität getestet. Keine der drei Zeitreihen beeinflusst die anderen Zeitreihen, alle p-Werte sind nicht signifikant (großer als 0.05), sowohl individuell, d.h. wenn jeweils die andere Zeitreihe im Modell verbleibt, als auch aggregiert, d.h. wenn beide Zeitreihen entfernt werden. Das heißt, dass die Zeitreihen individuell modelliert werden können.

2.3 Beispiel 3

Verwenden Sie **EViews Output 3a** bis **EViews Output 3c**, um folgende Fragen zu beantworten:

1. Welches Modell wurde in **EViews Output 3a** geschätzt?

   Lösung: ein ARCH(1)-Modell

2. Auf derselben Seite ist die zugehörige Residuendiagnose dargestellt. Wie ist dieses Ergebnis zu interpretieren?

   Lösung: die Residuendiagnose ist nicht zufriedenstellend. Die quadrierten Residuen sind noch immer korrelaiert (der p-Wert der Q-Statistik ist deutlich kleiner als 0.05).

3. Welches Modell wurde in **EViews Output 3b** geschätzt? Sind alle Parameter signifikant?

   Lösung: ein GARCH(1,1)-Modell; alle Parameter sind signifikant (p-Werte deutlich kleiner als 0.05).

4. **EViews Output 3c** wurde auf Basis dieses Modell generiert. Was ist in dieser Abbildung dargestellt? Wodurch unterscheidet sich das 3. Quartal 2008 vom 4. Quartal 2010?

   Lösung: in dieser Abbildung ist die geschätzte bedingte Varianz dargestellt. Im 3. Quartal 2008 ist die Volatilität um ein Vielfaches größer als im 4. Quartal 2010.

5. Welches der beiden Modelle würden Sie auf Basis der Residuendiagnose bzw. auf Basis der gängigen Modellwahlkriterien vorziehen (genaue Begründung)?

   Lösung: es ist das GARCH(1,1)-Modell vorzuziehen, weil

   (a) die Residuendiagnose nun zufriedenstellend ist. Die quadrierten Residuen sind nicht mehr korreliert (p-Wert der Q-Statistik ist deutlich größer als 0.05; die verbleibende Korrelation ist somit nicht mehr signifikant);

   (b) beide Modellwahlkriterien, d.h. AIC und das Schwarz Kriterium, für das GARCH(1,1)-Modell deutlich kleiner sind.