Ökonometrie I, WS 2012/13
1. Teilprüfung am 6.12.2012 - Lösungen

LV-Leiterin: Univ.Prof.Dr. Sylvia Frühwirth-Schnatter

1 Praktische Aufgabenstellungen in EVIEWS

1.1 Beispiel 1

Verwenden Sie **EViews Output 1a** und **EViews Output 1b** auf den folgenden Seiten, um folgende Fragen zu beantworten:

1. Wie lautet der OLS-Schätzer des Regressionskoeffizienten, der zur Prädiktorvariable `X5` gehört?

   Lösung: 0.856

2. Wie ist der in (a) geschätzte Koeffizient zu interpretieren?

   Lösung: steigt `X5` um eine Einheit, während alle anderen Variablen unverändert bleiben, so steigt der für `Y` erwartete Wert um 0.856.

3. Welche Mindestvorausetzung müssen die Residuen erfüllen, damit der in (a) geschätzte Wert ein unverzerrter Schätzer des wahren Koeefizienten ist?

   Lösung: es muss gelten $\mathrm{E}(U|X_1, \ldots, X_4) = \mathrm{E}(U) = 0$ (Hinweis: gefragt waren Mindestvorraussetzungen, d.h. Homoskedastizität und Normalität ist nicht Voraussetzung für die Unverzerrtheit).

4. Besitzt die Prädiktorvariable `X1` einen signifikanten Einfluss auf die abhängige Variable? (Bitte Details: Nullhypothese, Testgröße, p-Wert, Interpretation).

   Lösung: Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = 0$; Prüfgröße: t-Wert, $t = -3.108$, p-Wert: 0.002; der p-Wert ist kleiner als das Signifikanzniveau (5%), daher wird die Nullhypothese verworfen. Die Prädiktorvariable `X1` besitzt einen signifikanten Einfluss auf die abhängige Variable.

5. Testen Sie die Behauptung, dass weder `X2` noch `X3` noch `X4` die abhängige Variable beeinflussen (bitte Details: Nullhypothese, Testgröße, p-Wert, Interpretation).

   Lösung: Nullhypothese $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$; Prüfgröße: F-Wert, $F = 0.794$, p-Wert: 0.498; der p-Wert ist größer als das Signifikanzniveau (5%), daher wird die Nullhypothese nicht verworfen. Die Daten enthalten keine Evidenz, dass mindestens eine der Prädiktorvariablen X2, X3 oder X4 die abhängige Variable beeinflusst. Hinweis: da mehrere Koeffizienten simultan getestet werden sollen, ist es nicht zulässig, die individuellen t-Statistiken heranzuziehen.

6. Wie verändert sich die abhängige Variable Y, wenn X1 um 2 Einheiten verkleinert wird, während alle anderen Variablen gleich bleiben?

   Lösung: Wegen $\Delta Y = \beta_1 \cdot \Delta X = -0.5787 \cdot (-2) = 1.1574$ gilt: die abhängige Variable Y steigt im Mittel um 1.1574 Einheiten.

7. Wie groß ist das Bestimmtheitsmaß und wie lässt es sich qualitativ interpretieren?

   Lösung: Bestimmtheitsmaß ist gleich 0.09, d.h. nur 9% der Varianz von Y lassen sich durch die Varianz in den Prädiktorvariablen erklären.

8. Welcher Wert ist für Y zu erwarten, wenn die Prädiktorvariablen folgende Werte annehmen: X1 $= -$0.5, X2 $=$ 0, X3 $=$ 1, X4 $= -$10, und X5 $=$ 0.5?

   Lösung: $\mathrm{E}(Y|X_1,\ldots,X_4) = 1.0207 - 0.5 \cdot (-0.5788) + 0 \cdot 0.0356 + 1 \cdot 0.275 - 1 \cdot (-0.01) + 0.5 \cdot 0.856 = 2.1348$.

1.2 Beispiel 2

Verwenden Sie **EViews Output 2a** und **EViews Output 2b** auf den folgenden Seiten, um folgende Fragen zu beantworten:

1. Welches Modell wird hier geschätzt? Geben Sie die genaue mathematische Modellgleichung in der Form $Y = \ldots$ an.

   Lösung: es wird folgendes Modell geschätzt:

   $$\log Y = \beta_0 + \beta_1 \log X_1 + \beta_2 \log X_2 + \beta_3 \log X_3 + u, \tag{1}$$

   bzw.

   $$Y = e^{\beta_0} \cdot X_1^{\beta_1} \cdot X_2^{\beta_2} \cdot X_3^{\beta_3} e^u.$$

2. Wie groß ist die Standardabweichung des Regressionskoeffizienten, der zur Prädiktorvariablen X1 gehört?

   Lösung: 0.0169

3. Welche Mindestvorausetzung müssen die Residuen erfüllen, damit man dem in (b) ermittelten Wert trauen kann?

   Lösung: es muss $\mathrm{E}(U|X_1,\ldots,X_4) = \mathrm{E}(U) = 0$ sowie Homoskedastizität, d.h. $\mathrm{Var}\,(U|X_1,\ldots,X_4) = \mathrm{Var}\,(U) = \sigma^2$, gelten (Hinweis: gefragt waren Mindestvorraussetzungen, Normalität ist nicht Voraussetzung).

4. Geben Sie ein etwa 95%-iges Konfidenzintervall für den Regressionskoeffizienten an, der zur Prädiktorvariable `X2` gehört.

   Lösung: $[0.0706 - 1.96 \cdot 0.0366, 0.0706 - 1.96 \cdot 0.0366] = [-0.0011, 0.142]$.

5. Testen Sie die Behauptung, dass weder `X1` noch `X2` die abhängige Variable beeinflussen (bitte Details: Nullhypothese, Testgröße, p-Wert, Interpretation).

   Lösung: Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$; Prüfgröße: F-Wert, $F = 1049.34$, p-Wert: 0.; der p-Wert ist praktisch 0 und somit bedeutend kleiner als das Signifikanzniveau (5%), daher wird die Nullhypothese verworfen. Die Daten enthalten Evidenz, dass mindestens eine der Prädiktorvariablen `X1` und `X2` die abhängige Variable beeinflusst. Hinweis: da mehrere Koeffizienten simultan getestet werden sollen, ist es nicht zulässig, die individuellen t-Statistiken heranzuziehen.

6. Schätzen Sie die Varianz $V(u) = \sigma^2$ der Residuen.

   Lösung: `S.E. regression`^{2}, d.h. $0.099325^2 = 0.00987$

7. Wie verändert sich die abhängige Variable `Y`, wenn die Prädiktorvariable `X1` um 2 Prozent verkleinert wird, während alle anderen Variablen gleich bleiben?

   Lösung: Wegen $(-0.7758)(-2) = 1.550$ steigt `Y` im Mittel um 1.55%.

8. Erstellen Sie eine Vorhersage für `Y`, wenn die Prädiktorvariablen folgende Werte annehmen: `X1=1`, `X2=2`, und `X3=0.5`.

   Lösung: die Vorhersage auf Basis des log level models ergibt:

   $\log \hat{Y} = 0.4984 - 0.7748 \log 1 + 0.0706 \log 2 + 0.508 \log 0.5 = 0.195.$

   Daher $\hat{Y} = \exp(0.195) = 1.2155.$
   Hinweise:

   - gemäß Modell (2) müssen die Prädiktorwerte logarithmiert werden, nicht die Koeffizienten!
   - im log-Level Modell wird üblicherweise mit dem natürlichen Logarithmus, das heißt der Umkehrfunktion der Exponentialfunktion, gearbeitet. Die Berechnung der Prognose aufbauend auf dem Logarithmus zur Basis 10 führt zu folgendem Wert:
     $\log_{10} \hat{Y} = 0.4984 - 0.7748 \log_{10} 1 + 0.0706 \log_{10} 2 + 0.508 \log_{10} 0.5 = 0.3667.$
     Allerdings muss als Basis dann statt der Euler'schen Zahl e die Basis 10 gewählt werden. Daher $\hat{Y} = 10^{0.3667} = 2.3266.$

2 Wahr oder falsch?

1. Im Regressionsmodell

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u, \tag{2}$$

   mit $\beta_1 < 0$ und $\beta_2 > 0$ gilt:

   (a) Wird X_1 um 1 Einheit vergrößert (ohne X_2 zu verändern), so vergrößert sich Y im Mittel um β_1 Einheiten.
   Falsch, richtige Alternativen:

   - Wird X_1 um 1 Einheit vergrößert (ohne X_2 zu verändern), so **verkleinert** sich Y im Mittel um β_1 Einheiten.
   - Wird X_1 um 1 Einheit **verkleinert** (ohne X_2 zu verändern), so vergrößert sich Y im Mittel um β_1 Einheiten.

   (b) Wird X_2 um 3 Einheiten verkleinert (ohne X_1 zu verändern), so verkleinert sich Y im Mittel um β_2 Einheiten.
   Falsch, richtige Alternativen:

   - Wird X_2 um 3 Einheiten verkleinert (ohne X_1 zu verändern), so verkleinert sich Y im Mittel um **3** β_2 Einheiten.
   - Wird X_2 um **1** Einheit verkleinert (ohne X_1 zu verändern), so verkleinert sich Y im Mittel um β_2 Einheiten.

2. Der OLS-Schätzer minimiert das Produkt der Residuen.
   Falsch, richtige Alternative:

   - Der OLS-Schätzer minimiert die **Quadratsumme** der Residuen.

3. Für die Standardabweichungen des OLS-Schätzers im einfachen Regressionsmodell ($Y = \beta_0 + \beta_1 X + u$) gilt: Die Varianz des OLS-Schätzers des Anstiegs β_1 verdoppelt sich, wenn die Varianz der Residuen $V(u) = \sigma^2$ halbiert wird.
   Falsch, richtige Alternativen:

   - Die Varianz des OLS-Schätzers des Anstiegs β_1 verdoppelt sich, wenn die Varianz der Residuen $V(u) = \sigma^2$ **verdoppelt** wird.
   - Die Varianz des OLS-Schätzers des Anstiegs β_1 **halbiert** sich, wenn die Varianz der Residuen $V(u) = \sigma^2$ halbiert wird.
   - Die Varianz des OLS-Schätzers des Anstiegs β_1 verdoppelt sich, wenn die **Zahl der Beobachtungen** N halbiert wird.

4. Ein unverzerrter Schätzer für die Varianz $V(u) = \sigma^2$ der Residuen u lautet:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-K-1}\sum_{i=1}^{N}\hat{u}_i$$

Falsch, richtige Alternativen: entweder

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-K-1}\sum_{i=1}^{N}\hat{u}_i^2,$$

d.h. die OLS Residuen $\hat{u}_i$ müssen **quadriert** werden, oder

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\text{SSR}}{N-K-1},$$

wobei SSR die minimale Fehlerquadratsumme ist.

5. Unter der Annahme normalverteilter Residuen mit bekannter (fixer) Varianz gilt: Der Schätzfehler $\hat{\beta}_j - \beta_j$ ist normalverteilt, i.e. $\hat{\beta}_j - \beta_j \sim \text{Normal}\left(0, \text{sd}(\hat{\beta}_j)^2\right)$.
Richtig.

6. Angenommen die Kovarianzmatrix des OLS-Schätzers $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)'$ lautet:

$$\text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \begin{pmatrix} 4 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

(a) Die Schätzfehler $\hat{\beta}_1 - \beta_1$ und $\hat{\beta}_2 - \beta_2$ der Koeffizienten β_1 und β_2 sind unkorreliert.
Richtig (Begründung: die Kovarianz der Schätzfehler $\hat{\beta}_1 - \beta_1$ und $\hat{\beta}_2 - \beta_2$ ist aus dem Element in der 2.Zeile/3.Spalte abzulesen. Die Kovarianz ist 0, daher ist auch die Korrelation 0).

(b) Die Standardabweichung (standard error) von $\hat{\beta}_2$ ist gleich 3. die Modellgleichungen ein.
Falsch, richtige Alternativen:

- Die Standardabweichung (standard error) von $\hat{\beta}_2$ ist gleich $\sqrt{2}$ (Begründung: die Diagonalelemente von $\text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ enthalten die Varianzen der OLS-Schätzer, die Standardabweichungen sind die Wurzel aus den Varianzen. Die Varianz von $\hat{\beta}_2$ ist aus dem 3. Diagonalelement (3.Zeile/3.Spalte) abzulesen und ist gleich 2)

- Die Standardabweichung (standard error) von $\hat{\beta}_1$ ist gleich 3.

Weitere Hinweise: das erste Element von $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ist $\hat{\beta}_0$, das zweite Element ist $\hat{\beta}_1$, das dritte Element ist $\hat{\beta}_2$. Daher gilt: die erste Spalte/Zeile von $\mathrm{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ entspricht $\hat{\beta}_0$, die zweite Spalte/Zeile entspricht $\hat{\beta}_1$, die dritte Spalte/Zeile entspricht $\hat{\beta}_2$.