

Statistik – Einführung

Wahrscheinlichkeitstheorie

Kapitel 3

Statistik – WU Wien

Gerhard Derflinger · Michael Hauser · Jörg Lenneis · Josef Leydold ·
Günter Tirlir · Rosmarie Wakolbinger

Lernziele

1. Definieren Experimente, Elementarereignisse, Ereignisse, Ereignisraum und Wahrscheinlichkeit.
2. Erklären wie Wahrscheinlichkeiten Ereignissen zugeordnet werden.
3. Verwenden Kontingenztafel, Venn-Diagramme und Bäume zum Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten.
4. Beschreiben und verwenden Regeln für Wahrscheinlichkeiten.
5. Definieren von Unabhängigkeit und bedingter Wahrscheinlichkeit.

Problem

Problem 1:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Werfen einer Münze „Kopf“ kommt?

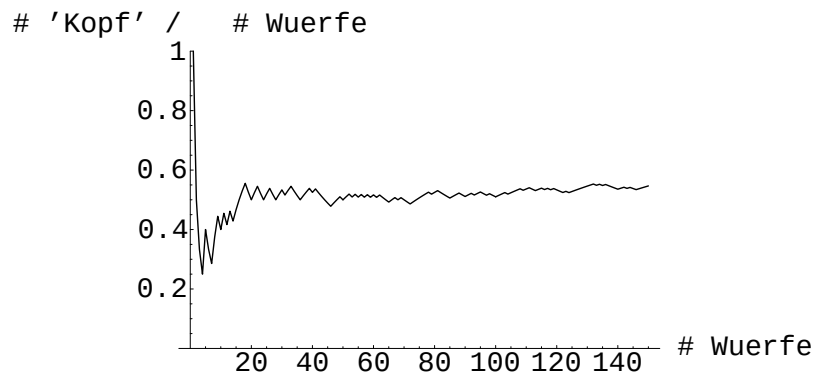
Verwenden Sie eine Skala von

0 („sicher nicht“) bis **1 („sicher“)**.

Problem 2:

Werfen Sie nun eine Münze zweimal!

Haben Sie genau einmal „Kopf“ und einmal „Zahl“ geworfen?



Experimente, Ergebnisse und Ereignisse

Experimente

1. **(Zufalls-) Experiment**
 - Ein Verfahren um eine Beobachtung zu erhalten.
 - Spezifikation des Merkmals:
Was interessiert mich an dem Experiment?
Was wird beobachtet?
2. **Elementarereignis**
 - Elementares (einfachstes) Ergebnis eines Experiments.
3. **Ereignis**
 - Ein mögliches Ergebnis eines Experiments.
4. **Ereignisraum (S)**
 - Kollektion aller Kombinationen von Ereignissen.

1. Experiment:

Ziehe Spielkarte. Beobachte Farbe und Typ der Karte.

2. Ereignisse:

„schwarze Karte“, „As“, „Herz-König“, „Pik“, „Bild“, „rote 5“,
....

3. Elementarereignisse: Herz-2, ..., Pik-König, Pik-Ass .

4. Ereignisraum: Alle möglichen Kombinationen von Karten.

Ergebnisse // Beispiele

Experiment	Beobachtet	Elementarereignisse
Werfen einer Münze	Seite	Zahl, Kopf
Werfen von zwei Münzen	Wurffolge	ZK, KZ, KK, ZZ
Ziehen einer Karte	Farbe & Wert	Pik-2 , Karo-2,, Herz-Ass (52)
Ziehen einer Karte	Farbe	rot, schwarz
Fußballspiel	Ausgang	gewinnen, verlieren, unentschieden
Kontrolle eines Geräts	Zustand	defekt, in Ordnung
Kunde im Geschäft	Geschlecht	m, w

Ergebnisse // Eigenschaften

- Immer nur ein Ergebnis pro Versuch.

Beispiel:

Eine Person kann nur ein Geschlecht besitzen.

- Bei jedem Versuch wird stets ein Ergebnis erhalten.

Beispiel:

Beim Werfen einer Münze muss Kopf oder Zahl kommen.

Experiment: Werfen von 2 Münzen. Beobachtet wird Kopf/Zahl.

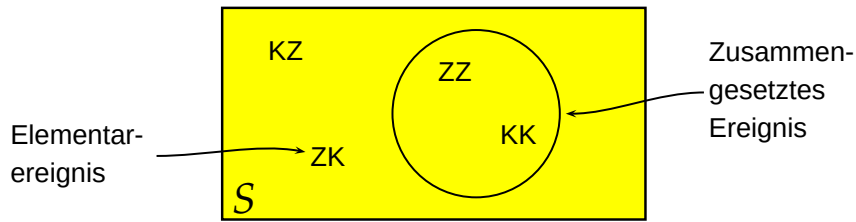
(Zusammengesetztes) Ereignis	Menge der zugehörigen Elementarereignisse
Ereignisraum	KK, KZ, ZK, ZZ
1 Kopf und 1 Zahl	KZ, ZK
Kopf auf 1. Münze	KK, KZ
zumindest einmal Kopf	KK, KZ, ZK
Kopf auf beiden Münzen	KK

Ereignisraum

Veranschaulichung des Ereignisraums

- Tabelle oder Liste
- Venn-Diagramm
- Kontingenztafel
- Entscheidungsbaum

Experiment: Werfen von 2 Münzen. Beobachtet wird Kopf/Zahl.



Ereignisraum: $S = \{KK, KZ, ZK, ZZ\}$

Kontingenztafel

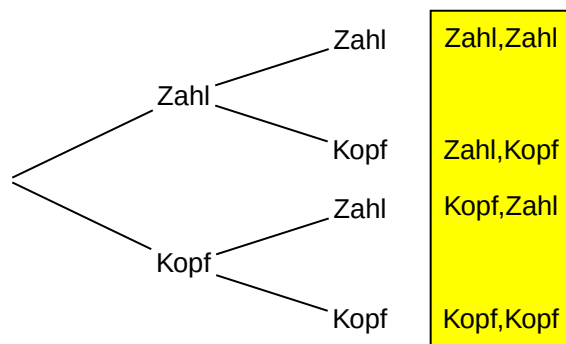
Experiment: Werfen von 2 Münzen. Beobachtet wird Kopf/Zahl.

		2. Münze		
		Kopf	Zahl	Gesamt
1. Münze	Kopf	KK	KZ	KK, KZ
	Zahl	ZK	ZZ	ZK, ZZ
Gesamt		KK, ZK	KZ, ZZ	S

Ereignisraum: $S = \{KK, KZ, ZK, ZZ\}$

Entscheidungsbaum

Experiment: Werfen von 2 Münzen. Beobachtet wird Kopf/Zahl.



Ereignisraum S

Zusammengesetzte Ereignisse

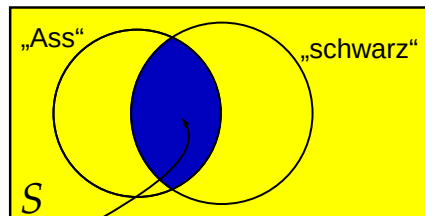
Zusammengesetzte Ereignisse

Zusammengesetzte Ereignisse erhält man durch Bildung von

1. Durchschnitt
 - Alle Elementarereignisse, die in beiden Ereignissen **A** **und** **B** enthalten sind.
 - Symbol: $\cap$ (d.h., $A \cap B$)
2. Vereinigung
 - Alle Elementarereignisse, die in Ereignis **A** **oder** **B** enthalten sind.
 - Symbol: $\cup$ (d.h., $A \cup B$)

Venn Diagramm – Durchschnitt

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.



Ereignis: „Ass“ $\cap$ „schwarz“ = {Pik-Ass, Treff-Ass}

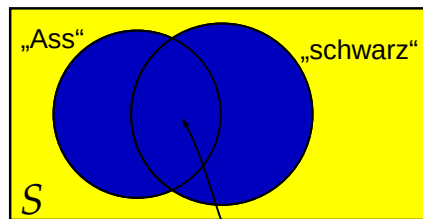
Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

Typ	Farbe		Gesamt
	rot	schwarz	
Ass	Ass & rot	Ass & schwarz	Ass
nicht-Ass	nicht & rot	nicht & schwarz	nicht-Ass
Gesamt	rot	schwarz	S

„Ass“ $\cap$ „schwarz“

Venn Diagramm – Vereinigung

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.



Ereignis: „Ass“ $\cup$ „schwarz“

Tabelle – Vereinigung

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

Typ	Farbe		Gesamt
	rot	schwarz	
Ass	Ass & rot	Ass & schwarz	Ass
nicht-Ass	nicht & rot	nicht & schwarz	nicht-Ass
Gesamt	rot	schwarz	S

„Ass“ $\cup$ „schwarz“

Unmögliches (leeres) Ereignis $\emptyset$

Ereignis, das nicht eintreten kann.

Beispiel:

Karte, die sowohl „Ass“ als auch „König“ zeigt.

Komplementäreignis

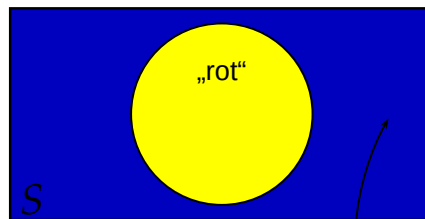
Ereignis $\bar{A}$, das alle Elementarereignisse enthält, die nicht in A vorkommen.

Beispiel:

Komplement zu „scharze Karte“ ist „rote Karte“.

Venn Diagramm – Komplement

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.



Ereignis: nicht-„rot“

Wahrscheinlichkeit

1. Numerisches Maß für die Chance, dass ein Ereignis eintritt
 - $P(\text{Ereignis})$
Ereignisse werden mit Großbuchstaben, $A, B, C, \dots$, bezeichnet.
 - $P(A)$, Probability(A)
2. Liegt zwischen 0 (sicher nicht) und 1 (sicher).
3. Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse ist 1.

Wahrscheinlichkeiten spezielle Ereignisse

- Unmögliches Ereignis A
Ereignis mit der Wahrscheinlichkeit 0.
 - $P(A) = 0$
 - Beispiel: Eichel im französischen Blatt
- Komplementärereignis zu A , $\bar{A}$
 - $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ bzw. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
 - Beispiel: $A = \{\text{Herz}\}$, $\bar{A} = \{\text{Nicht Herz}\}$
- Einander ausschließende Ereignisse A und B
 - $P(A \cap B) = 0$
 - $P(A \cap \bar{A}) = 0$ (Gilt für jede Wahl von A .)
 - Beispiel: $A = \{\text{Pik}\}$, $B = \{\text{Herz}\}$

Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten

Zuordnen von Wahrscheinlichkeiten zu Ereignissen:

- *A priori* Methode
- Empirische Methode
- Subjektive Methode

- Struktur des Experiments muß im **Vorhinein** bekannt sein.

- Beispiel: Würfeln (idealer Würfel)
Jede Augenzahl ist gleichwahrscheinlich:
 $P(\{1\}) = P(\{2\}) = \dots = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$

- Regel für gleichwahrscheinliche Elementarereignisse:

$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}} = \frac{G}{M}$$

- Beispiel: Würfeln (idealer Würfel)
 $P(\{1\}) = \frac{G}{M} = \frac{1}{6}$ $P(\{1, 2\}) = \frac{G}{M} = \frac{2}{6}$
 $P(\text{Gerade Augenzahl}) = P(\{2, 4, 6\}) = \frac{G}{M} = \frac{3}{6}$

Empirische Methode

- Daten werden bei Experiment gesammelt.

- Auswertung:

$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl mit Eigenschaft}}{\text{Anzahl der Wiederholungen}} = \frac{X}{N}$$

- Beispiel: Ausschußwahrscheinlichkeit
1000 Teile werden auf Fehler kontrolliert. Es werden 20 defekte Teile festgestellt.
 $P(\text{„defekt“}) = \frac{X}{N} = \frac{20}{1000} = 0.02 = 2\%$

- **Annahme:** Es gibt keine Änderung der Anteile.

Subjektive Methode

- Die Wahrscheinlichkeit wird vor dem Experiment erhoben.
- Basiert auf individuellem Wissen, Erfahrung.
- Die Antwort unterscheidet sich je nachdem, wen man fragt.

Beispiele:

- Frage an den Experten:
Wo wird der Aktienmarkt im Dezember stehen?
 $P(\text{DAX} \leq 2500) = ?$
- Frage an den „Mann/Frau von der Straße“:
Kommt ein Irakkrieg?
 $P(\text{Irakkrieg}) = ?$

Welche Methoden sind auf folgende Problemstellungen anzuwenden?

- Werfen einer Münze
- Lotto spielen
- Aktien veranlagen
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilnehmer dieser LV die Note „Gut“ bekommt?
- ...

W. für zusammengesetzte Ereignisse

Wahrscheinlichkeiten für zusammengesetzte Ereignisse können folgendermaßen ermittelt werden:

- Aus der Kontingenztafel ablesen
- Formale Methoden
 - Additionsregel
 - Bedingte Wahrscheinlichkeiten
 - Multiplikationsregel

Bestimmen von W. mit einer Kontingenztafel

A, B sind Ereignisse aus einem Ereignisraum

	B	$\bar{B}$	Gesamt
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Gesamt	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

Gemeinsame Wahrscheinlichkeit von A und B

Randwahrscheinlichkeiten

B wird aufgeteilt in $(A \cap B)$ und $(\bar{A} \cap B)$ (einander ausschl.), sodass

$$B = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B),$$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B).$$

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

	Farbe		Gesamt
	rot	schwarz	
Ass	2/52	2/52	4/52
Nicht Ass	24/52	24/52	48/52
Gesamt	26/52	26/52	52/52

$P(\text{rot})$

$P(\text{rot \& Ass})$

$P(\text{Ass})$

Anzahl der (gleichwahrscheinlichen) Elementarereignisse ist 52.

$$P(\text{Ass}) = \frac{G}{M} = \frac{4 \text{ günstige}}{52 \text{ mögliche}} = \frac{4}{52}$$

Beispiel

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der (gleichwahrscheinlichen) Elementarereignisse zu jedem Ereignis:

	C	$\bar{C}$	Gesamt
A	4	2	6
$\bar{A}$	1	3	4
Gesamt	5	5	10

Wieviele Elementarereignisse gibt es insgesamt? 10

Wie groß sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten?

$$P(A) = 6/10$$

$$P(\bar{C}) = 5/10$$

$$P(C \cap \bar{A}) = 1/10$$

$$P(A \cap \bar{C}) = 2/10$$

$$P(C \cap \bar{C}) = 0$$

Additionsregel

- Die **Additionsregel** wird verwendet, um Wahrscheinlichkeiten von Vereinigungen von Ereignissen, $A \cup B$, zu berechnen.

$$P(A \text{ oder } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Für **einander ausschließende** Ereignisse ($P(A \cap B) = 0$) gilt

$$P(A \text{ oder } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Additionsregel // Beispiel

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

Anzahl der Elementarereignisse:

	Farbe		Gesamt
	rot	schwarz	
typ			
Ass	2	2	4
nicht-Ass	24	24	48
Gesamt	26	26	52

$$\begin{aligned}
 P(\text{Ass oder schwarz}) &= P(\text{Ass}) + P(\text{schwarz}) - P(\text{Ass} \cap \text{schwarz}) \\
 &= \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52}
 \end{aligned}$$

Additionsregel // Beispiel

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der (gleichwahrscheinlichen) Elementarereignisse zu jedem Ereignis:

	C	$\bar{C}$	Gesamt
A	4	2	6
$\bar{A}$	1	3	4
Gesamt	5	5	10

Wie groß sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten?

$$P(A \cup \bar{C}) = P(A) + P(\bar{C}) - P(A \cap \bar{C}) = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$$

$$P(\bar{A} \cup C) = P(\bar{A}) + P(C) - P(\bar{A} \cap C) = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$$

$$P(A \cup \bar{A}) = 1$$

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Bedingte Wahrscheinlichkeit

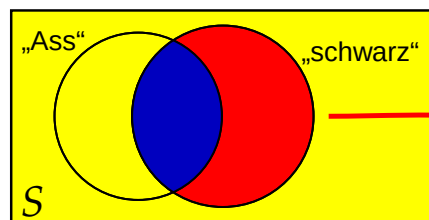
- Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, **gegeben** dass ein anderes Ereignis eingetreten ist.
- Schränkt die Grundgesamtheit auf den Teil ein, der zur **neuen Information** passt. (Einige Elementarereignisse scheiden aus.)
- **Notation und Definition:**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

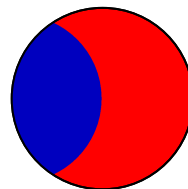
- **Sprechweise:**
„Wahrscheinlichkeit von A unter der Bedingung B “,
„Wahrscheinlichkeit von A gegeben B “

Bedingte Wahrsch. // Venn-Diagramm

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.



„gegeben schwarz“ schränkt den Raum ein



„schwarz“ (S_{neu})

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

Anzahl der Elementarereignisse:

	Farbe		Gesamt
	rot	schwarz	
Typ			
Ass	2	2	4
nicht-Ass	24	24	48
Gesamt	26	26	52

Neuer Raum bei „gegeben schwarz“(Bedingung).

Bedingte Wahrsch. // Tabelle Fs.

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

Wahrscheinlichkeiten:

	Farbe		Gesamt
	rot	schwarz	
Typ			
Ass		2/26	
nicht-Ass		24/26	
Gesamt		1	

$$P(\text{Ass} \mid \text{schwarz}) = P(\text{Ass} \cap \text{schwarz}) / P(\text{schwarz}) = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}.$$

$$P(\text{nicht-Ass} \mid \text{schwarz}) = P(\text{nicht-Ass} \cap \text{schwarz}) / P(\text{schwarz}) = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}.$$

Die Wahrscheinlichkeiten addieren sich auf 1.

Statistische Unabhängigkeit

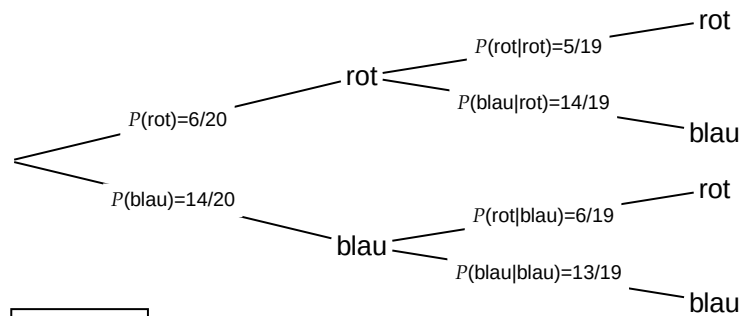
- Das Eintreten eines Ereignisses A hat keine Auswirkung auf die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines anderen Ereignisses B .

A und B sind dann **(stochastisch) unabhängig**.

- Beispiel: Werfen von 2 Münzen
Das Ergebnis des 2. Wurfs ist vom Ergebnis des 1. Wurfs unabhängig.
- Keine Kausalität!
- Überprüfung, ob A und B unabhängig sind: Es gilt

$$P(A|B) = P(A) \quad \text{und} \quad P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

Experiment: Auswählen (ohne Zurücklegen) von 2 aus 20 Kugeln.
Sechs Kugeln sind rot, 14 blau.



abhängig!

$$P(\text{blau}|\text{rot}) = \frac{14}{19} \neq \frac{14}{20} = P(\text{blau})$$

Statistische Unabhängigkeit // Beispiel

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der (gleichwahrscheinlichen) Elementarereignisse zu jedem Ereignis:

	C	$\bar{C}$	Gesamt
A	4	2	6
$\bar{A}$	1	3	4
Gesamt	5	5	10

Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten und stellen sie fest, ob C und $\bar{A}$ unabhängig sind?

$$P(A|\bar{C}) = ?$$

$$P(C|\bar{A}) = ?$$

Statistische Unabhängigkeit // Lösung

$$P(A|\bar{C}) = \frac{P(A \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{2/10}{5/10} = \frac{2}{5}$$

$$P(C|\bar{A}) = \frac{P(C \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{1/10}{4/10} = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = \frac{5}{10} \neq \frac{1}{4} \quad \text{daher nicht unabhängig}$$

Multiplikationsregel

Multiplikationsregel

- Die **Multiplikationsregel** wird verwendet, um Wahrscheinlichkeiten von Durchschnitten von Ereignissen, $A \cap B$, zu berechnen.

$$P(A \text{ und } B) = P(A \cap B) = P(A) P(B|A) = P(B) P(A|B)$$

- Für **unabhängige** Ereignisse, A, B , gilt

$$P(A \text{ und } B) = P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

Multiplikationsregel // Beispiel

Experiment: Ziehen einer Karte. Beobachtet wird Art und Farbe.

Anzahl der Elementarereignisse:

		Farbe		
		rot	schwarz	Gesamt
Typ	Ass	2	2	4
	nicht-Ass	24	24	48
	Gesamt	26	26	52

$$\begin{aligned} P(\text{Ass und schwarz}) &= P(\text{Ass}) \cdot P(\text{schwarz}|\text{Ass}) \\ \frac{2}{52} &= \frac{4}{52} \cdot \frac{2}{4} \end{aligned}$$

$P(\text{schwarz} | \text{Ass}) = P(\text{schwarz})$. Schwarz und Ass sind unabh.!

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der (gleichwahrscheinlichen) Elementarereignisse zu jedem Ereignis:

	C	$\bar{C}$	Gesamt
A	4	2	6
$\bar{A}$	1	3	4
Gesamt	5	5	10

Wie groß sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten?

$$P(C \cap \bar{A}) = P(C) P(\bar{A}|C) = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) P(\bar{C}|\bar{A}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

$$P(A \cap \bar{A}) = 0$$

Beispiel

Beispiel: Verteilung von Produktbeschwerden

Zeitpunkt(Z)	Grund(G)			Gesamt
	elektr(e)	mechan(m)	Gehäuse(g)	
während Garantie(w)	18%	13%	32%	
nach Garantie(n)	12%	22%	3%	
Gesamt				

Ergänzen Sie die Tabelle.

Beispiel - Fs.

Beispiel: Verteilung von Produktbeschwerden

Zeitpunkt(Z)	Grund(G)			Gesamt
	elektr(e)	mechan(m)	Gehäuse(g)	
während Garantie(w)	18%	13%	32%	63%
nach Garantie(n)	12%	22%	3%	37%
Gesamt	30%	35%	35%	100%

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten: $P(\{G = e\} \cap \{Z = w\})$,

$$P(Z = w|G = e), \quad P(Z = n|G = e),$$

$$P(Z = w|G = m), \quad P(Z = n|G = m),$$

$$P(Z = w|G = g), \quad P(Z = n|G = g).$$

Beispiel: Verteilung von Produktbeschwerden

Zeitpunkt(Z)	Grund(G)			Gesamt
	elektr(e)	mechan(m)	Gehäuse(g)	
während	18%	13%	32%	63%
Garantie(w)	60%	37%	91%	
nach	12%	22%	3%	37%
Garantie(n)	40%	63%	9%	
Gesamt	30%	35%	35%	100%
	100%	100%	100%	

$$P(G = e \cap Z = w) = 0.18 = 18\%$$

$$P(\cdot | G = e), \quad P(\cdot | G = m), \quad P(\cdot | G = g).$$

Beispiel - Fs.

Beispiel: Verteilung von Produktbeschwerden

Zeitpunkt(Z)	Grund(G)			Gesamt
	elektr(e)	mechan(m)	Gehäuse(g)	
während	18%	13%	32%	63%
Garantie(w)				
nach	12%	22%	3%	37%
Garantie(n)				
Gesamt	30%	35%	35%	100%

Wie lauten die bedingten Verteilungen für $\{Z = w\}$ und $\{Z = n\}$:

$$P(G = e|Z = w), \quad P(G = m|Z = w), \quad P(G = g|Z = w),$$

$$P(G = e|Z = n), \quad P(G = m|Z = n), \quad P(G = g|Z = n).$$

Beispiel - Lösung

Beispiel: Verteilung von Produktbeschwerden

Zeitpunkt(Z)	Grund(G)			Gesamt
	elektr(e)	mechan(m)	Gehäuse(g)	
während	18%	13%	32%	63%
Garantie(w)	28%	21%	51%	100%
nach	12%	22%	3%	37%
Garantie(n)	32%	59%	8%	100%
Gesamt	30%	35%	35%	100%

Hervorgehoben die bedingten Verteilungen für $\{Z = w\}$ und $\{Z = n\}$.

Wie lautet die Verteilung von Zeitpunkt und Grund bei Unabhängigkeit aller Ereignisse (w,n) und (e,m,g)?

Zeitpunkt(Z)	Grund(G)			Gesamt
	elektr(e)	mechan(m)	Gehäuse(g)	
während	18%	13%	32%	63%
Garantie(w)	30*63/100%	35*63/100%	35*63/100%	
nach	12%	22%	3%	37%
Garantie(n)	30*37/100%	35*37/100%	35*37/100%	
Gesamt	30%	35%	35%	100%

$$P(Z = n \cap G = g) = \text{bei Unabhängigkeit} = P(Z = n) \cdot P(G = g) = \\ = \frac{35}{100} \cdot \frac{37}{100} \cdot 100\% = 0.1295 \cdot 100\% = 0.1295\% \quad \text{usw.}$$

dasud@statistik.wu-wien.ac.at – (2003)

Statistik – Einführung // Wahrscheinlichkeitstheorie – 3 – p.57/58

Zusammenfassung

1. Definierten Experimente, Elementarereignisse, Ereignisse, Ereignisraum und Wahrscheinlichkeit.
2. Erklärten wie Wahrscheinlichkeiten Ereignissen zugeordnet werden.
3. Verwendeten Kontingenztafel, Venn-Diagramme und Bäume zum Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten.
4. Beschrieben und verwendeten Regeln die Additions- und Multiplikationsregel.
5. Definierten Unabhängigkeit und bedingte Wahrscheinlichkeit.

dasud@statistik.wu-wien.ac.at – (2003)

Statistik – Einführung // Wahrscheinlichkeitstheorie – 3 – p.58/58