

Beispiel 1

- (a) Berechnen Sie alle stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) = y - 2/x = 0$$

mittels Lagrange-Multiplikatoren.

8 Punkte

- (b) Stellen Sie mittels einer Skizze fest, ob es sich um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

5 Punkte

Beispiel 2

Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus. Geben Sie die optimale Wahl von (x_1, x_2, x_3) an und berechnen Sie den Wert der Zielfunktion im Optimum.

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + x_3 & \longrightarrow & \text{Max} \\ x_1 + x_2 - x_3 & \leq & 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 & \leq & 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 & \leq & 4 \end{array}$$

10 Punkte

Beispiel 3

- (a) Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x, y) = \sin(\pi xy)$$

in eine Taylorreihe bis zu den Gliedern zweiter Ordnung um den Entwicklungspunkt $(1, 0)$.

9 Punkte

- (b) Vergleichen Sie den Funktionswert und den Wert der Taylorreihe im Punkt $(1, 2|0.1)$.

5 Punkte

Beispiel 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- (a) Bestimmen Sie den Rang der Matrix A .

5 Punkte

- (b) Ist das Gleichungssystem $Ax = b$ für $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 31 \\ 12 \end{pmatrix}$, eindeutig lösbar? Begründung!

4 Punkte

Beispiel 5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

- (a) Berechnen Sie **alle** Eigenwerte von A . **4 Punkte**
(b) Berechnen Sie **alle** Eigenvektoren von A . **6 Punkte**

Beispiel 6

Sie benötigen für eine Eigentumswohnung 2 Mio. Schilling und können zwischen 2 Möglichkeiten wählen:

Variante A: Ein geförderter Kredit für 2 Mio. S mit 10 Jahren Laufzeit und einem Zinssatz von 3%;

Variante B: Eine Förderung von 0,5 Mio S, die sofort ausbezahlt wird. Für die restlichen 1,5 Mio S muß dann ein Privatkredit mit Laufzeit 10 Jahre und einem Zinssatz von 9% genommen werden.

Vergleichen Sie, welche Variante günstiger ist, indem Sie die jährlichen Rückzahlungsraten für Variante A und B berechnen. **8 Punkte**

Beispiel 7

Gegeben ist die Nachfragefunktion

$$q(p) = \frac{p^2 - p + 16}{p^3} \quad p > 14$$

- (a) Bestimmen Sie die Elastizität der Nachfragefunktion. **5 Punkte**
(b) Für welche Werte von p ($p > 14$) ist die Nachfrage 1-elastisch. **4 Punkte**
(c) Für $p > 14$: In welchem Bereich ist die Nachfrage unelastisch, in welchem Bereich ist sie elastisch? **4 Punkte**

Beispiel 8

Ein Fahrradschloß hat 4 Ziffernkränze nebeneinander. Auf jedem Ziffernkranz sind die Ziffern von 1 bis 6 vorhanden.

- (a) Wieviele verschieden Möglichkeiten gibt es insgesamt? **4 Punkte**
(b) Wiviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, wenn die erste und die letzte Ziffer gleich sind? **3 Punkte**

Beispiel 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1/2 \end{pmatrix},$$

- (a) Invertieren Sie die Matrix A mit dem Austauschverfahren. **7 Punkte**
(b) Berechnen Sie die Determinante von A . **3 Punkte**

Beispiel 10

Lösen Sie die Matrixgleichung

$$XA - B = X$$

nach X auf.

6 Punkte