MATHEMATIK FÜR VOLKSWIRTE, Wintersemester 1994/95

1. Termin, Gruppe , 1. Februar 1995

Beispiel 1

Seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 0 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie $\det(A \cdot B)$. **3 Punkte**

(b) Berechnen Sie $\det(A^{-1})$. **3 Punkte**

Beispiel 2

Berechnen Sie alle ersten partiellen Ableitungen von

$$f(x, y, z) = \frac{\sin(x^2 + 2)}{\cos(x^2 - 2)} + e^{x^2+2} \cdot y^2 + 10$$

8 Punkte

Beispiel 3

(a) Berechnen Sie die stationären Punkte von

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - x^2y^2 + 2$$

6 Punkte

(b) Stellen Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich dabei um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt. **7 Punkte**

Beispiel 4

Sei $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1$

(a) Berechnen Sie die lokalen Extremwerte von f. **5 Punkte**

(b) Berechnen Sie die globalen Extremwerte von f in Intervall [0, 2]. **4 Punkte**

Beispiel 5

Berechnen Sie die stationären Punkte von

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = 1$$

mittels Lagrangemultiplikatoren. **10 Punkte**

Beispiel 6

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & 11 & 9 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$

Berechnen Sie den Vektor $\vec{x}$ aus $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$. **8 Punkte**

Beispiel 7

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 23 & -36 \\ -36 & 2 \end{pmatrix}$$

10 Punkte

Beispiel 8

Die folgenden Vektoren spannen einen Vektorraum auf:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Sind diese Vektoren linear unabhängig? **2 Punkte**
(b) welche Dimension hat der von v_1, v_2, v_3, v_4 erzeugte Raum? **3 Punkte**
(c) Geben Sie eine Basis für den von v_1, v_2, v_3, v_4 erzeugten Raum an, und zeigen Sie, daß tatsächlich eine Basis vorliegt. **4 Punkte**

Beispiel 9

Entwicklen Sie

$$f(x) = 2^x$$

in eine MacLaurinreihe bis zur 3. Potenz. **7 Punkte**

Beispiel 10

Existiert das folgende uneigentliche Integral?

$$\int_2^\infty \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

10 Punkte

Beispiel 11

Lösen Sie

$$y''(t) - 2y'(t) + 5y(t) = 0$$

mit den Anfangsbedingungen

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

Was können Sie über das Langzeitverhalten ($t \to \infty$) von $y(t)$ sagen? **10 Punkte**