

Beispiel 1

Bestimmen Sie:

(a)

$$\int \frac{1}{(1+3x)^2} dx$$

6 Punkte

(b)

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{(1+3x)^2} dx$$

5 Punkte

Beispiel 2

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

(a) Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte.

6 Punkte

(b) Handelt es sich bei den lokalen Extrema von a) auch um globale Extrema? Begründen Sie Ihre Antwort!

5 Punkte

Beispiel 3

(a) Entwickeln Sie $f(x) = x^2 \ln(x)$ in eine Taylorreihe bis zum Glied 3. Ordnung um den Punkt 1.

7 Punkte

(b) Vergleichen Sie die Approximation und den tatsächlichen Funktionswert für $x = 1, 2$.

3 Punkte

Beispiel 4

Eine Firma hat zwei Maschinen I und II, die 3 Produkte A, B und C erzeugen. Maschine I ist täglich 10 Stunden in Betrieb, Maschine II täglich 5 Stunden.

Produkt A bringt einen Erlös von 1000 und benötigt Maschine I eine Stunde.

Produkt B bringt einen Erlös von 2000 und benötigt Maschine I und II je eine Stunde.

Produkt C bringt einen Erlös von 500 und benötigt Maschine II eine Stunde.

Mit welcher Produktkombination wird der Erlös maximiert?

(a) Formulieren Sie das lineare Optimierungsproblem.

5 Punkte

(b) Lösen Sie es mit dem Simplex Algorithmus.

7 Punkte

Beispiel 5

Berechnen Sie die stationären Punkte von

$$f(x, y, z) = x \cdot y + z$$

unter der Nebenbedingung

$$x - y + z = 1$$

mittels Lagrangemultiplikatoren.

10 Punkte

Beispiel 6

Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

12 Punkte

Beispiel 7

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy^2$$

- (a) Berechnen Sie die stationären Punkte . **6 Punkte**
(b) Stellen Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich dabei um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt. **6 Punkte**

Beispiel 8

- (a) Sind die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ linear unabhängig? **4 Punkte**

- (b) Welchen Rang hat die aus den 4 Vektoren gebildete Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} ?$$
 4 Punkte

- (c) Ist für den Vektor $b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ die Gleichung $Ax = b$ eindeutig lösbar? Begründen Sie Ihre Antwort! **4 Punkte**

Beispiel 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die Inverse Matrix A^{-1} . **5 Punkte**
(b) Berechnen Sie die Determinante von A . **2 Punkte**
(c) B ist eine 2×2 Matrix mit Determinante 3. Bestimmen Sie $\det(A \cdot B^{-1})$. **3 Punkte**