

Beispiel 1

Entwickeln Sie in eine MacLaurin-Reihe bis zur 2. Ordnung:

$$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$$

10 Punkte

Beispiel 2

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

10 Punkte

Beispiel 3

Der Arlbergstraßentunnel ist 14 km lang. Wie lange dauert die Durchfahrt (in Minuten) für ein Auto, das mit 70 km/h unterwegs ist.

4 Punkte

Beispiel 4

Berechnen Sie

$$\int \frac{9x^2 + 5}{3x^3 + 5x - 1} + 1 \, dx$$

8 Punkte

Beispiel 5

Bestimmen Sie die Richtungsableitung der Funktion

$$f(x, y, z) = 3x^2 + xy + 7z^2 - zy^2$$

im Punkt (1, -6, 1) in Richtung (-2, 2, 1).

7 Punkte

Beispiel 6

Berechnen Sie mit den Simplexalgorithmus

$$\begin{array}{ll} \text{Min/Max} & 2x + 3y \\ \text{NB:} & 2x + y \leq 10 \\ & x + 2y \leq 10 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

10 Punkte

Beispiel 7

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 7 \\ -10 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie $\det(A)$. **4 Punkte**
- (b) Berechnen Sie den Rang von A. **2 Punkte**
- (c) Ist A invertierbar? (Begründung) **1 Punkt**
- (d) Sind die Zeilenvektoren von A linear unabhängig? (Begründung) **1 Punkt**
- (e) Berechnen Sie $\det(A \cdot B)$ mit

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 9 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

3 Punkte

- (f) Lösen Sie $A\vec{x} = \vec{b}$ mit $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ **7 Punkte**

Beispiel 8

- (a) Lösen Sie die DG

$$y' - \frac{1}{y^2} = 0$$

8 Punkte

- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' - \frac{1}{y^2} = 0$$

$$y(0) = 1$$

2 Punkte

Beispiel 9

Berechnen Sie alle stationären Punkte von

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2$$

unter der Nebenbedingung

$$x_1 - 2x_2 = 1$$

10 Punkte

Beispiel 10

- (a) Berechnen Sie alle stationären Punkte von

$$f(x, y) = (x - y)^3 - 24(x - y) + (x + y)^2$$

7 Punkte

- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Hessematrix, ob es sich dabei um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

6 Punkte