MATHEMATIK FÜR VOLKSWIRTE, Sommersemester 1996

1. Termin, Gruppe , 26. Juni 1996

Beispiel 1

(a) Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \exp(-x^2)$ in eine Taylorreihe um den Punkt 0. Berechnen Sie die Elemente bis zur Ordnung 3.

7 Punkte

(b) Bestimmen Sie nährungsweise den Wert der Funktion an der Stelle $x = 0,5$.

3 Punkte

Beispiel 2

(a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7 Punkte

Hinweis: Suchen Sie den ersten Eigenwert durch Einsetzen von +1, -1, +2, -2, usw.

(b) Berechnen Sie einen Eigenvektor zu einem beliebigen Eigenwert. **3 Punkte**

Beispiel 3

(a) Berechnen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x,y) = 2x^2 - xy + y^2 - 7x$$

7 Punkte

(b) Berechnen Sie die Hessematrix und bestimmen Sie, ob es sich um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt. **4 Punkte**

Beispiel 4

(a) Bilden Sie die Inverse zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7 Punkte

(b) Prüfen Sie, ob Sie die Inverse richtig berechnet haben. **3 Punkte**

Beispiel 5

(a) Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad z &= 3x + 2y \\ x &\leq 4 \\ y &\leq 8 \\ 2x + y &\leq 10 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

mit dem Simplexalgorithmus.

9 Punkte

(b) Welche sind die Restriktionen, die das Maximum begrenzen? **2 Punkte**

Beispiel 6

Bestimmen Sie alle stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = \ln(xy)$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = 1$$

mittels Lagrangmultiplikatoren. **10 Punkte**

Beispiel 7

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' + (x+1)^2 y^2 = 0$$

7 Punkte

(b) Lösen Sie das Anfangswertproblem für $y(1) = 1$. **3 Punkte**

Beispiel 8

Betrachten Sie das Gleichungssystem Ax=b mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gibt es Werte von a, für welche das Gleichungssystem nicht lösbar ist? Gibt es Werte, für welche es unendlich viele Lösungen besitzt? **10 Punkte**

Beispiel 9

Bestimmen Sie die Ableitung $\frac{\partial x}{\partial y}$ der impliziten Funktion $\frac{1}{2x^2 - y^2} = 5$. **8 Punkte**

Beispiel 10

(a) Berechnen Sie die Elastizität von

$$f(x) = x \cdot \exp(-x^2)$$

7 Punkte

(b) Bestimmen Sie die Bereiche, in denen die Funktion elastisch, 1-elastisch bzw. unelastisch ist. **3 Punkte**