MATHEMATIK FÜR VOLKSWIRTE, Sommersemester 1996

2. Termin, Gruppe , 2. Oktober 1996

Beispiel 1

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

7 Punkte

Beispiel 2

Berechnen Sie alle stationären Punkte von

$$f(x,y) = xy - x^2$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = 1$$

11 Punkte

Beispiel 3

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie $\det(A)$. **5 Punkte**

(b) Berechnen Sie den Rang von A. **2 Punkte**

(c) Ist A invertierbar? (Begründung) **2 Punkte**

(d) Lösen Sie $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ -10 \\ 22 \end{pmatrix}$$

8 Punkte

(e) Löse Sie $A\vec{x} = 0$ **2 Punkte**

Beispiel 4

Berechnen Sie

$$\int_0^1 \sqrt[8]{x^7} \quad dx$$

7 Punkte

Beispiel 5

(a) Berechnen Sie alle stationären Punkte von

$$f(x, y, z) = x^2 - xy + 2y^2 + z^2$$

8 Punkte

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Hessematrix, ob es sich dabei um Minimum, Maximum oder Sattelpunkte handelt. **5 Punkte**

Beispiel 6

Entwickeln Sie in eine MacLaurin-Reihe bis zur 3. Ordnung.

(a) $f(x) = \sin(x^2)$ **7 Punkte**

(b) $g(x) = x \cdot \sin(x^2)$ **2 Punkte**

Beispiel 7

Im Giogranni Eissalon kostet ein Stanitzel mit einer Eiskugel 7.-, ein Stanizel mit drei Kugeln 20.-. Wieviel kostet das Stanitzel? **4 Punkte**

Beispiel 8

Bestimmen Sie die Richtungsabteilung der Funktion

$$f(x, y, x) = e^{xy} + z^2$$

im Punkt $(0, 0, 1)$ in Richtung $(1, -1, 3)$. **6 Punkte**

Beispiel 9

(a) Lösen Sie die DG

$$y' + y^3 = 0$$

8 Punkte

(b) ist die DG linear? **2 Punkte**

(c) Lösen Sie das Anfangswertproblem.

$$y' + y^3 = 0$$

$$y(0) = 2$$

3 Punkte

Beispiel 10

Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus

$$\max \quad z = x + y$$

$$\begin{aligned} x &\leq 6 \\ y &\leq 8 \\ 2x + y &\leq 14 \\ x + y &\leq 10 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

(a) Lösen Sie das Problem mit Hilfe des Simplexalgorithmus. **9 Punkte**

(b) Was können Sie über die Anzahl der Lösungen des Optimierungsproblems sagen? **2 Punkte**