MATHEMATIK FÜR VOLKSWIRTE, Sommersemester 1997

1. Termin, Gruppe , 26. Juni 1997

Beispiel 1

Entwickeln Sie in eine MacLaurin-Reihe 3. Ordnung.

$$f(x) = \sin(2x + \pi)$$

8 Punkte

Beispiel 2

(a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6 Punkte

(b) Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix A. **6 Punkte**

(c) Geben Sie die Definitheit von A an. **2 Punkte**

Beispiel 3

(a) Berechnen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + (x_3 - 1)^2$$

6 Punkte

(b) Stellem Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich dabei um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt. **7 Punkte**

(c) Besitzt die Funktion ein globales Maximum? **2 Punkte**

(d) Ist die Funktion konvex oder konkav? **2 Punkte**

Beispiel 4

(a) Lösen Sie die DG

$$y'' + y' - 2y = 1$$

8 Punkte

(b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + y' - 2y = 1$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

4 Punkte

Beispiel 5

Sei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie die Determinate von A. **3 Punkte**
(b) Geben Sie den Rang von A an. **2 Punkte**
(c) Berechnen Sie die Inverse von A. **8 Punkte**
(d) Lösen Sie das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2 Punkte

Beispiel 6

Berechnen Sie die globalen Extrema der Funktion

$$f : [0,3] \to \mathbb{R}, \qquad x \mapsto f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 + 2 & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ x - 2 & \text{für } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

12 Punkte

Beispiel 7

(a) Bestimmen Sie die Elastizität von

$$f(x) = \alpha x^{-\beta} \qquad \alpha, \beta \in (0, \infty)$$

5 Punkte

(b) Für welche Werte von α, β und x ist $f(x)$ elastisch? **3 Punkte**

Beispiel 8

Berechnen Sie mittels Lagrange-Multiplikatoren die stationären Punkte von

$$f(x, y) = x^3 + x - y$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = -1$$

10 Punkte

Beispiel 9

Berechnen Sie die jährlichen Rückzahlungsraten für einen Kredit über 150000 S mit einer Verzinsung von 8,125% und eine Laufzeit von 5 Jahren **4 Punkte**