

### Beispiel 1

Entwickeln Sie in eine MacLaurin-Reihe 3. Ordnung.

$$f(x) = \sin(2x + \pi)$$

**8 Punkte**

### Beispiel 2

(a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**6 Punkte**

(b) Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix  $A$ .

**6 Punkte**

(c) Geben Sie die Definitheit von  $A$  an.

**2 Punkte**

### Beispiel 3

(a) Berechnen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + (x_3 - 1)^2$$

**6 Punkte**

(b) Stellen Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich dabei um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

**7 Punkte**

(c) Besitzt die Funktion ein globales Maximum?

**2 Punkte**

(d) Ist die Funktion konvex oder konkav?

**2 Punkte**

### Beispiel 4

(a) Lösen Sie die DG

$$y'' + y' - 2y = 1$$

**8 Punkte**

(b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + y' - 2y = 1$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

**4 Punkte**

### Beispiel 5

Sei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die Determinante von A. **3 Punkte**  
 (b) Geben Sie den Rang von A an. **2 Punkte**  
 (c) Berechnen Sie die Inverse von A. **8 Punkte**  
 (d) Lösen Sie das Gleichungssystem  $A\vec{x} = \vec{b}$  mit

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**2 Punkte**

### Beispiel 6

Berechnen Sie die globalen Extrema der Funktion

$$f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 + 2 & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ x-2 & \text{für } 2 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \mathbf{12 \text{ Punkte}}$$

### Beispiel 7

- (a) Bestimmen Sie die Elastizität von

$$f(x) = \alpha x^{-\beta} \quad \alpha, \beta \in (0, \infty)$$

**5 Punkte**

- (b) Für welche Werte von  $\alpha, \beta$  und  $x$  ist  $f(x)$  elastisch?

**3 Punkte**

### Beispiel 8

Berechnen Sie mittels Lagrange-Multiplikatoren die stationären Punkte von

$$f(x, y) = x^3 + x - y$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = -1$$

**10 Punkte**

### Beispiel 9

Berechnen Sie die jährlichen Rückzahlungsraten für einen Kredit über 150000 S mit einer Verzinsung von 8,125% und eine Laufzeit von 5 Jahren **4 Punkte**