MATHEMATIK FÜR VOLKSWIRTE, Sommersemester 1997

2. Termin, Gruppe , 29. September 1997

Beispiel 1

(a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

6 Punkte

(b) Bestimmen Sie die Eigenvektoren der Matrix A. **6 Punkte**

(c) Berechnen Sie die Eigenwerte von A^{-1}. **4 Punkte**

Beispiel 2

(a) Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y' - 2x = 0$$

mit der Anfangsbedingung $y(1) = 6$ **6 Punkte**

(b) Lösen Sie $y'' - 5y' + 4 = 0$ **6 Punkte**

Beispiel 3

(a) Berechnen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y, z) = e^x + e^y + e^{z^2} - (x + y)$$

6 Punkte

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Hessematrix, ob es sich dabei um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt. **6 Punkte**

Beispiel 4

Entwickeln Sie in eine MacLaurin-Reihe 2. Ordnung:

$$f(x) = \frac{1}{1 + x}$$

8 Punkte

Beispiel 5

Berechnen Sie

$$\int_1^2 \frac{x^3 + 1}{x^2} \, dx$$

8 Punkte

Beispiel 6

Berechnen Sie die Bereiche, in denen $f(x) = e^{2x^2}$ elastisch, 1-elastisch bzw. unelastisch ist. **10 Punkte**

Beispiel 7

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ -5 & 2 & -8 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie den Rang von A. **6 Punkte**

(b) Berechnen Sie die Determinante von A. **4 Punkte**

(c) Ist A invertierbar? **4 Punkte**

(d) Besitzt das Gleichungssystem $Ax = b$ eine Lösung? Berechnen Sie nicht die Lösung, sondern versuchen Sie mit Hilfe des Ranges eine Aussage zu machen. **4 Punkte**

Beispiel 8

Berechnen Sie mittels Lagrange-Multiplikatoren die stationären Punkte von

$$f(x, y) = e^{2x} + e^{2y}$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = 3$$

8 Punkte

Beispiel 9

Bestimmen Sie die Richtungsableitung der Funktion

$$f(x, y, z) = e^{(2x+y)} + \ln z$$

im Punkt $(0, 0, -1)$ in Richtung $(-2, 1, 3)$. **8 Punkte**