

Beispiel 1

Finden Sie alle stationären Punkte von

$$f(x, y) = y^3 + x^2$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2 - y = 1$$

10 Punkte

Beispiel 2

Berechnen Sie das globale Minimum der Funktion

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$$

im Intervall $[0, 4]$.

8 Punkte

Beispiel 3

Seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 8 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Lösen Sie

$$(A \cdot B)^{-1} \vec{x} = \vec{b}$$

6 Punkte

Beispiel 4

Sei

$$f(x, y, z) = x^4 + y^4 + x^2 y^2 + z^2$$

(a) Berechnen Sie alle stationären Punkte von f .

7 Punkte

(b) Berechnen Sie die Hessematrix von f .

5 Punkte

(c) Kann mit Hilfe der Hessematrix an der Stelle des/der stationären Punkte(s) bestimmt werden, ob es sich dabei um lokale Extrema handelt. (Begründung)

2 Punkte

Beispiel 5

Sei

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die Eigenwerte von A .
(b) Berechnen Sie die Eigenvektoren von A .

6 Punkte

6 Punkte

Beispiel 6

Berechnen Sie das folgende uneigentliche Integral

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

6 Punkte

Beispiel 7

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 3x_2 &= 9 \\ 9x_1 + 5x_2 - 2x_3 &= 7 \end{aligned}$$

8 Punkte

Beispiel 8

- (a) Berechnen Sie die jährliche Rückzahlungsrate für einen Kredit über 150000,- GE mit einer Verzinsung von 8,125% p.a. und einer Laufzeit von 12 Jahren. **4 Punkte**
- (b) Wie groß muß die Laufzeit mindestens sein, wenn der Kreditnehmer bei gleicher Verzinsung höchstens 15000,- GE jährlichen Rückzahlungen leisten kann. **5 Punkte**
- (c) Kann die Bank den Kredit gewähren, wenn der Kreditnehmer höchst 10000,- GE pro Jahr zurückzahlen kann. (Begründung) **4 Punkte**

Beispiel 9

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\left. \begin{aligned} y'' - 4y &= 0 \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 4 \end{aligned} \right\}$$

10 Punkte

Beispiel 10

Lösen Sie folgendes Problem aus dem *Jiuzhang* (ca. 500 v.u.Z.):

Drei Personen, die 560, 350 bzw. 180 Goldmünzen besitzen, müssen insgesamt 100 Münzen Steuer proportional zu ihrem Vermögen bezahlen. Wie viel muß jeder bezahlen? (Runden Sie auf ganze Zahlen.) **4 Punkte**

Beispiel 11

Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus:

$$4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{array}{rcll} \text{NB:} & x_1 & \leq & 7 \\ & x_2 & \leq & 6 \\ & x_1 + x_2 & \leq & 8 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

9 Punkte