

Beispiel 1

Berechnen Sie alle stationären Punkte von

$$f(x, y) = 2x^3 - 13x^2 + y^2 - 4y + 6$$

unter der Nebenbedingung

$$x - y = -2$$

10 Punkte

Beispiel 2

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem

$$3x_1 - x_2 + 5x_3 = 3$$

$$x_1 + x_2 - 4x_3 = 2$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8$$

(a) Berechnen Sie die Determinante der Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems.

6 Punkte

(b) Bestimmen Sie die Ränge von Koeffizientenmatrix und erweiterter Koeffizientenmatrix.

3 Punkte

(c) Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen des Gleichungssystems.

3 Punkte

(d) Ist die erweiterte Koeffizientenmatrix invertierbar (Begründung)?

3 Punkte

Beispiel 3

Berechnen Sie die Inverse von

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -1 & 2 \\ -9 & 1 & -2 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

6 Punkte

Beispiel 4

(a) Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = 2x^3 - 15x^2 + y^2 - 4y + 6$$

6 Punkte

(b) Stellen Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich dabei um lokale Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

6 Punkte

(c) Ist die Funktion im $\mathbb{R}^2$ konvex?

3 Punkte

Beispiel 5

(a) Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus:

$$x + y \rightarrow \max$$

$$x \leq 10$$

$$y \leq 10$$

$$x + y \leq 12$$

$$x, y \geq 0$$

10 Punkte

(b) Ist die Lösung eindeutig? Wenn nein, geben Sie eine weitere Lösung an.

4 Punkte

Beispiel 6

(a) Berechnen Sie die Elastizität von

$$f(x) = 3x^{-3} + x^{-2}, \quad x > 0$$

4 Punkte

(b) In welchen Bereichen ist die Funktion elastisch, 1-elastisch und unelastisch?

4 Punkte

Beispiel 7

(a) Ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |\sin(\pi x)|$$

stetig und/oder differenzierbar? Wenn nein, in welchen Punkten ist die Funktion nicht stetig/differenzierbar?

5 Punkte

(b) Berechnen Sie die erste Ableitung von

$$f(x) = \sin(\pi x^2) \cdot e^x$$

5 Punkte

Beispiel 8

(a) Berechnen Sie die jährlichen Rückzahlungsraten für einen Kredit über 250 000 GE bei einer Verzinsung von 7% p.a. und einer Laufzeit von 15 Jahren.

4 Punkte

(b) Berechnen Sie den Endwert der Rückzahlungsraten.

3 Punkte

Beispiel 9

(a) Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y'' - y' + \frac{37}{4}y = 0$$

6 Punkte

(b) Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung

$$y'' - y' + \frac{37}{4}y = \frac{37}{2}$$

3 Punkte

(c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - y' + \frac{37}{4}y = 0$$

$$y(0) = 2$$

$$y'(0) = 1$$

(d) Ist die Lösung konvergent? Wenn ja, wie lautet der Grenzwert?

4 Punkte

2 Punkte