

**Beispiel 1**

- (a) Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = e^{x^3-x} + y^2$$

**6 Punkte**

- (b) Stellen Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich bei den stationären Punkten um lokale Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt.

**6 Punkte**

**Beispiel 2**

- (a) Berechnen Sie die Lösung  $\mathbf{X}$  der Matrixgleichung

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{B}^{-1} = \mathbf{X} + \mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}$$

Gehen Sie davon aus, daß  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{X}$  quadratische Matrizen gleicher Dimension sind, und daß  $\mathbf{B}$  invertierbar ist.

**5 Punkte**

- (b) Welche Voraussetzungen müssen außerdem erfüllt sein, damit die Lösung existiert und eindeutig ist?

**2 Punkte**

**Beispiel 3**

- (a) Berechnen Sie die Elastizität von

$$f(x) = x^3 + 2x$$

**3 Punkte**

- (b) Bestimmen Sie die Bereiche in denen die Funktion elastisch, 1-elastisch bzw. unelastisch ist.

**4 Punkte**

**Beispiel 4**

Lösen Sie das Optimierungsproblem

$$\text{Max } f(x) = e^{x^3-x}$$

$$\text{mit } 0 \leq x \leq 1.$$

**8 Punkte**

**Beispiel 5**

Bestimmen Sie die stationären Punkte von

$$f(x, y) = x^2 + 4y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$y = x^2 + 1$$

**10 Punkte**

### Beispiel 6

Lösen Sie die DG:

$$y'' + 4y = 0$$

**7 Punkte**

### Beispiel 7

Seien

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Rangs der Koeffizientenmatrix bzw. erweiterter Koeffizientenmatrix die Anzahl der Lösungen für das lineare Gleichungssystem  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ . **5 Punkte**
- (b) Bestimmen Sie die Determinante von  $\mathbf{A}$ . **3 Punkte**
- (c) Lösen Sie das Gleichungssystem  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ . **4 Punkte**
- (d) Ist  $\mathbf{A}$  invertierbar? (Begründung). **2 Punkte**

### Beispiel 8

Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem graphisch:

$$\begin{aligned} \text{Max } & 3x + y \\ \text{NB: } & x \leq 5 \\ & y \leq 6 \\ & x + y \leq 8 \\ & 5x + 6y \leq 30 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

(Berechnen Sie die genauen Koordinaten des Maximums!)

**11 Punkte**

### Beispiel 9

- (a) Entwickeln Sie in eine MacLaurin-Reihe bis zur zweiten Potenz

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

**7 Punkte**

- (b) Wie groß kann der Konvergenzradius höchstens sein?

**2 Punkte**

### Beispiel 10

- (a) Berechnen Sie das Differential der Funktion

$$f(x, y) = e^{x^3-x} + y^2$$

an der Stelle  $(0,0)$ .

**5 Punkte**

- (b) Berechnen Sie mit Hilfe des Differentials an der Stelle  $\mathbf{x} = (0, 0)$  einen Näherungswert für den Funktionswert von  $f$  an der Stelle  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ . **3 Punkte**

**Beispiel 11**

Berechnen Sie  $\frac{\partial y}{\partial x}$  der impliziten Funktion:

$$\frac{x \cdot y}{x + 1} = 1$$

**7 Punkte**