## 28. Juni 1995

**120.** Suchen Sie das globale Maximum und Minimum der Funktion

$$f(x) = |x \cdot \ln x| \qquad \text{NB:} \quad \begin{array}{l} x \geq 0,1 \\ x \leq 1,2 \end{array}$$

**121.**

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

(a) Bestimmen Sie die Elastizität von $f(x)$.

(b) Wo ist $f(x)$ elastisch, unelastisch bzw. 1-elastisch?

**122.** (a) Berechnen Sie die Determinate von $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(b) Ist das Gleichungssystem $\mathbf{A\,x} = \mathbf{b}$ für $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ eindeutig lösbar?

(c) Berechnen Sie (mit Hilfe des Ergebnisses von (a)) die Determinante von

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(d) Sind die Spaltenvektoren der in (a) angegeben Matrix linear unabhängig?

**123.** Suchen Sie alle stationären Punkte der Funktion

$$f(x,y,z) = xy^2 + z$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y + z = 1$$

mittels Lagrangemultiplikatoren.

**124.** $f(x_1,x_2) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 3x_1 - x_2$

(a) Bestimmen Sie alle stationären Punkte.

(b) Stellen Sie mit Hilfe der Hessematrix fest, ob es sich bei den stationären Punkten um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

(c) Können Sie Aussagen (mit Begründung!) über ein globales Minimum bzw. Maximum machen?

**125.** (a)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Lösung(en) des Gleichungssystems $\mathbf{A\,x} = \mathbf{b}$ .

(b) Berechnen Sie den Rang von $\mathbf{A}$.

**126.** (a) Invertieren Sie die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(b) Überprüfen Sie, ob Sie $\mathbf{A}^{-1}$ richtig berechnet haben.

**127.**

$$\begin{array}{lrcl} \text{Max} & z = x_1 + 2x_2 & & \\ \text{NB:} & 2x_1 & \leq & 20 \\ & x_1 + x_2 & \leq & 20 \\ & x_2 & \leq & 15 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(a) Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus.

(b) Lösen Sie das Problem graphisch. Bezeichnen Sie die Eckpunkte, die den mit dem Simplexalgorithmus erstellten Tableaus entsprechen. ($T_1$ für das Starttableau, $T_2$ für das nächste Tableau u.s.w.)

# Lösungen

**120.** globales Maximum in $x = \frac{1}{e}$, globales Minimum in $x = 1$.

**121.** (a) $\varepsilon_f(x) = -\frac{2x^2}{1+x^2}$, (b) elastisch in $(-\infty,-1) \cup (1,\infty)$, unelatisch in $(-1,1)$, 1-elastisch in $x = -1$ und $x = 1$.

**122.** (a) 6, (b) eindeutig lösbar, (c) 12, (d) linear unabhängig, da det $\neq 0$.

**123.** stationäre Punkte: $(\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2})$, $\lambda = 1$ und $(-\frac{1}{2}, -1, \frac{5}{2})$, $\lambda = 1$.

**124.** (a) stationärer Punkt: $(-\frac{7}{3}, \frac{5}{3})$, (b) lokales Minimum, (c) $(-\frac{7}{3}, \frac{5}{3})$ ist globales Minimum, kein Maximum.

**125.** (a) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} \\ \frac{6}{10} \\ \frac{1}{10} \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, (b) $\text{rg}(\mathbf{A}) = 3$.

**126.** (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}$, (b) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$.

**127.** (a) $x_1 = 5$, $x_2 = 15$, $x_3 = 10$, $x_4 = 0$, $x_5 = 0$, $z_{\max} = 35$.