26. Juni 1996

76. Berechnen Sie $\frac{\partial x_1}{\partial x_3}$ aus der impliziten Funktion

$$2x_2^2 + \ln(x_3^2 + x_1^2) - e^{x_2} = 0$$

77. (a) Bestimmen Sie die Elastizität von

$$f(x) = e^{3x} \cdot 3x$$

(b) Bestimmen Sie die Bereiche in denen $f(x)$ elastisch, unelastisch oder 1-elastisch ist.

78. Gegeben ist die Matrizengleichung

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B})\mathbf{X} = -\mathbf{B}\,\mathbf{X} + \mathbf{C}$$

(a) Lösen Sie die Gleichung nach $\mathbf{X}$ auf.

(b) Welche Beschränkungen müssen für die Zeilenzahl und Spaltenzahl von $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}^{-1}$, $\mathbf{X}$ gelten damit die Matrizenmultiplikation $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{X}$ durchgeführt werden kann.

79. Gegeben seien

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie den Rang der Matrix $\mathbf{A}$.

(b) Berechnen Sie die Determinante von $\mathbf{A}$.

(c) Ist $\mathbf{A}$ invertierbar?

(d) Wieviele Lösungen hat das Gleichungssystem?

80. (a) Berechnen Sie die Determinante von

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Berechnen Sie die Determinante von

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 8 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) Berechnen Sie die Determinante von

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

81. (a) Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 + 4$$

unter der Nebenbedingung

$$x_1 + x_2 = 4$$

mittels Lagrange-Multiplikatoren.

(b) Handelt es sich hierbei um einen globalen Extremwert?

82. Lösen Sie das Optimierungsproblem
Max /Min $f(x) = 4|x+1| - x^2$
Definitionsbereich $D = \{x| - 3 \leq x \leq 3\}$

83.

$$\begin{array}{lrcl} & \text{Min/Max} & & 4x_1 + 2x_2 \\ \text{NB:} & x_1 + x_2 & \leq & 9 \\ & x_1 & \leq & 7 \\ & x_2 & \leq & 5 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(a) Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus.

(b) Lösen Sie das Problem graphisch (Min, Max).

(c) Zeichnen Sie die neue Lösung (Min, Max) ein, wenn zusätzlich noch die Nebenbedingung $x_1 = 4$ eingeführt wird.

84.

$$f(x) = 6e^{-x_1 + x_2}$$

Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten der obigen Funktion (konvex, konkav, weder-noch).

Lösungen

76. $\frac{\partial x_1}{\partial x_3} = -\frac{x_3}{x_1}$.

77. (a) $3x + 1$, (b) elastisch in $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (0, \infty)$, unelastisch in $(-\frac{2}{3}, 0)$, 1-elastisch für $x = -\frac{2}{3}$ und $x = 0$.

78. (a) $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}$, (b) Zeilenzahl von $\mathbf{A}$ = Spaltenzahl von $\mathbf{A}$ = Zeilenzahl von $\mathbf{X}$.

79. (a) $\text{rg}(\mathbf{A}) = 2$, (b) $\det(\mathbf{A}) = 0$, (c) $\mathbf{A}$ ist nicht invertierbar, (d) $\text{rg}(\mathbf{E}) = 3 \neq \text{rg}(\mathbf{A})$, keine Lösung.

80. (a) 26, (b) −26, (c) 26.

81. (a) stationärer Punkt: $(1, 3)$, $\lambda = 6$, (b) globales Minimum.

82. globales Maximum in $x = 2$, globale Minima in $x = -3$ und $x = -1$.

83. (a) min: $x_1 = x_2 = 0$, $x_3 = 9$, $x_4 = 7$, $x_5 = 5$, $z_{\min} = 0$; max: $x_1 = 7$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 3$, $z_{\max} = 32$.

84. f ist konvex.