28. Jänner 1997

49. Berechnen Sie die Ableitung $\frac{\partial y}{\partial x}$ der impliziten Funktion

$$e^{x-2y+xy} = 1$$

50. Bestimmen Sie die Bereiche, in denen die Funktion $f(x) = xe^{-x}$ elastisch, unelastisch bzw. 1-elastisch ist.

51. Bestimmen Sie das globale Maximum und Minimum der Funktion

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 4}$$

auf dem Intervall $[-1, 1]$.

52. Berechnen Sie die Lösung(en) des linearen Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_4 &= 1 \\ 3x_1 + x_3 + x_4 &= 3 \\ x_1 + x_4 &= 1 \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

53. (a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 8 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(b) Berechnen Sie die Determinante von

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 8 & 18 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe der Determinate von $\mathbf{A}$, indem Sie die Rechenregeln über Zeilen- und Spaltentransformationen anwenden.

54. (a) Bestimmen Sie stationären Punkte der Funktion

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + x_2x_3 + e^{x_3}$$

(b) Untersuchen Sie mit Hilfe der Hessematrix, ob es sich bei diesen Punkten um Maxima oder Minima handelt.

55. Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem mit dem Simplexalgorithmus

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad z &= x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 &\le 4 \\ x_2 + 2x_3 &\le 4 \\ 2x_1 + x_3 &\le 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

56. Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem für $f(x,y)$ unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$.

$$f(x,y) = x^2 - 2xy + y^2$$
$$g(x,y) = x - 2y - 1$$

Lösungen

49. $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1+y}{2-x}$.

50. elastisch in $(-\infty,0) \cup (2,\infty)$, unelastisch in $(0,2)$, 1-elastisch für $x = 0$ und $x = 2$.

51. Maximum in $x = 0$, Minimum in $x = 1$ und $x = -1$.

52. das Gleichungssystem ist inkonsistent. daher existiert keine Lösung.

53. (a) -24, (b) $\det(\mathbf{B}) = 2 \cdot \det(\mathbf{A}) = -48$.

54. (a) stationärer Punkt: $(1,-1,0)$, (b) Sattelpunkt.

55. $x_1 = x_2 = x_3 = \frac{3}{4}$, $z_{\max} = 4$. Das Maximum ist eindeutig bestimmt.

56. stationärer Punkt: $(-1,-1)$, $\lambda = 0$.