

## Zufallsvariable

17. Gegeben ist die diskrete ZV  $X$  durch ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung.

| $x$   | $P(X = x)$ |
|-------|------------|
| -1    | 0.1        |
| 0     | 0.3        |
| 1     | 0.6        |
| Summe | 1.0        |

Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

- (a)  $P(X = 0)$
- (b)  $P(X \geq 0)$

18. Gegeben ist die ZV  $X$  durch ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung.

| $x$   | $P(X = x)$ |
|-------|------------|
| -1    | 0.3        |
| 0     | 0.4        |
| 1     | 0.3        |
| Summe | 1.0        |

Die ZV  $Y$  sei definiert durch  $Y = 5X + 3$ .

Berechnen Sie Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung für  $X$  und  $Y$ . Kommentieren Sie das Ergebnis.

19. Bei einem Multiple-Choice-Test gibt es 16 Fragen mit je 5 Antwortmöglichkeiten, wobei immer nur genau eine richtig ist. Sie kreuzen zu jeder Frage zufällig eine der Antwortmöglichkeiten an.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, keine einzige Frage richtig zu beantworten?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens die Hälfte aller Fragen richtig zu beantworten?
- (c) Wie groß ist der Erwartungswert für Anzahl der richtigen Antworten?
- (d) Wie groß ist die Standardabweichung für Anzahl der richtigen Antworten?
- (e) Sie erhalten je einen Punkt für jede richtige Antwort, für jede falsche Antwort werden 0.25 Punkte abgezogen. Wie groß sind Erwartungswert und Standardabweichung für Ihre Gesamtpunktzahl, wenn Sie jede Antwort zufällig ankreuzen?

20. Bei einem Notruf gehen pro Stunde durchschnittlich 30 Anrufe ein.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass während einer 10 minütigen Telefonstörung genau 10 Anrufe einlagen (und nicht entgegen genommen werden können)?
- (b) Bestimmen Sie den Erwartungswert der Anzahl der Anrufe in einem 10 minütigen Zeitintervall.
- (c) Bestimmen Sie die Standardabweichung der Anzahl der Anrufe in einem 10 minütigen Zeitintervall.

21. Die Wartezeit an einem Fahrkartenschalter sei exponentialverteilt mit Erwartungswert  $\mu = 5$  Minuten.

- (a) Skizzieren Sie die Dichtefunktion.
  - (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde mehr als 10 Minuten warten muss.
  - (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde weniger als 20 Minuten warten muss.
- 22.** Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz einer auf  $[0, 1]$  gleichverteilten stetigen Zufallsvariable.
- 23.** Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz einer exponentialverteilten Zufallsvariable.

## Lösungen

17. (a) 0.3; (b) 0.9.
18.  $E(X) = 0$ ,  $V(X) = 0.6$ ,  $E(Y) = 3$ ,  $V(Y) = 15$ .
19. ZV  $X$  = Anzahl richtige Antworten; Binomialverteilung mit  $p = 0.2$  und  $n = 16$ .  
(a) 0.0281; (b) 0.007; (c) 3.2; (d) 1.6; (e) ZV  $P = 1 \cdot X - 0.25 \cdot (16 - X) = 5/4 \cdot X - 4$ ,  
 $E(P) = 5/4 \cdot 3.2 - 4 = 0$ ,  $V(P) = (5/4)^2 V(X)$ ,  $\sigma_P = 5/4 \cdot 1.6 = 2$ .
20. ZV  $Z$  = Anzahl Anrufe in 10 minütigem Intervall ist Poissonverteilung mit  $\lambda = 5$ . (a)  $P(Z = 10) = 0.018$ ; (b)  $E(Z) = 5$ ; (c)  $\sigma = \sqrt{5} = 2.236$ .
21. ZV  $W$  = Wartezeit in Minuten. (b)  $P(W > 10) = 0.135$ ; (c)  $P(W < 20) = 0.982$ .