

ZUSAMMENFASSUNG

- **Autokorrelation der Störgrößen:** Bei Nichtzutreffen der Annahme unkorrelierter Störgrößen, also bei Auto- oder serieller Korrelation, interessieren zwei Fragen: erstens, wie das Vorliegen von Autokorrelation diagnostiziert werden kann, und zweitens, welche statistischen Verfahren zur Verfügung stehen, die das Vorliegen von Autokorrelation berücksichtigen.
- **OLS-Schätzer bei Autokorrelation:** Die OLS-Schätzer der Regressionskoeffizienten sind bei Autokorrelation zwar erwartungstreu und konsistent, aber nicht effizient. Darüber hinaus werden die Standardfehler der OLS-Schätzer unterschätzt.
- **Testen auf Autokorrelation:** Das am häufigsten angewendete Testverfahren zum Diagnostizieren von Autokorrelation ist der Durbin-Watson-Test; mit seiner Hilfe können wir überprüfen, ob die Korrelation zeitlich benachbarter Störgrößen von Null verschieden ist. Allgemeiner Testverfahren sind der Breusch-Godfrey-Test und der Box-Pierce-Test.
- **Inferenz bei Autokorrelation:** Verfahren, die bei Vorliegen von Autokorrelation angewendet werden können, sind einerseits das Verwenden von korrigierten Standardfehlern der OLS-Schätzer, etwa beim Ausführen von t -Tests; ein Beispiel für eine solche Korrektur ist der HAC-Schätzer. Andererseits können an die Stelle der Modellvariablen erste Differenzen oder sogenannte Pseudo-Differenzen dieser Variablen gesetzt werden, die sich so ergebende Spezifikation des Modells erfüllt die Voraussetzungen der OLS-Schätzung. Das Verfahren läuft auf eine GLS-Schätzung oder FGLS-Schätzung hinaus; siehe dazu Kapitel 13.

Wichtige Begriffe

- AR(1)-Prozess
- autoregressiver Prozess
- Box-Pierce-Test
- Breusch-Godfrey-Test
- Cochrane-Orcutt-Schätzer
- Durbin-Watson-Test
- FGLS-Schätzer
- GLS-Schätzer
- HAC-Schätzer
- Lagrange-Multiplier-Test
- Prais-Winsten-Schätzer
- Quasi-Differenzen
- Weißes Rauschen
- white noise

AUFGABEN



12.A.1 Empirische Anwendungen

1. Eine einfache Konsumfunktion erklärt den Konsum als Funktion des Einkommens: $C = \alpha + \beta Y + u$. In der AWM-Datenbasis stehen Daten zu den beiden Variablen PCR (realer Privater Konsum) und PYR (reales verfügbares Einkommen der Haushalte) für den Zeitraum 1970:1 bis 2002:4 zur Verfügung.
 - (a) Schätzen Sie die Parameter der Konsumfunktion mittels OLS-Schätzung und zeichnen Sie ein Streudiagramm der Residuen e über den verzögerten Residuen e_{-1} .
 - (b) Überprüfen Sie mittels Durbin-Watson-Test, Breusch-Godfrey-Test und Box-Pierce-Test, ob Autokorrelation der Störgrößen vorliegt.
 - (c) Vergleichen Sie die Standardfehler der OLS-geschätzten Parameter mit den Standardfehlern nach Newey-West.
2. Schätzen Sie die Konsumfunktion aus Aufgabe 1 unter Berücksichtigung der Autokorrelation der Störgrößen.
 - (a) Verwenden Sie dazu (i) die ersten Differenzen der Beobachtungen und (ii) die Quasi-Differenzen und das Verfahren von Cochrane-Orcutt bzw. (iii) die Prais-Winsten-Schätzer.
 - (b) Vergleichen Sie die in (i) bis (iii) erhaltenen Schätzer der Parameter mit denen von gretl oder EViews, wenn für die Störgrößen ein AR(1)-Prozess spezifiziert wird.
 - (c) Verwenden Sie die ersten Differenzen der Beobachtungen und ein Interzept. Vergleichen Sie die Schätzer mit denen des um eine Trendvariable erweiterten Modells in Niveauewerten.
3. Das um die Variable MTR (reale Ausgaben für Importe von Gütern und Dienstleistungen) erweiterte Modell lautet $PCR = \alpha + \beta PYR + \gamma MTR + u$. Verwenden Sie die Daten für den Zeitraum 1978:1 bis 2002:4 aus der AWM-Datenbasis.
 - (a) Schätzen Sie die Parameter und untersuchen Sie, ob Autokorrelation der Störgrößen vermutet werden muss.
 - (b) Schätzen Sie die Parameter unter geeigneter Berücksichtigung der Autokorrelation, wenn Sie sich in (a) für das Vorliegen von Autokorrelation entschieden haben.
 - (c) Beschreiben Sie die erhaltene Beziehung, begründen Sie das Verfahren und vergleichen Sie die Schätzer aus (a) und (b).
4. Generieren Sie 30 Beobachtungen $Y_t = 10 + 0.5X_t + u_t$ für $t = 1, \dots, 30$, wobei $X_t = t$, $u_t = -u_{t-1}$ und $u_0 = 3$.
 - (a) Passen Sie das Modell $Y = \alpha + \beta X + u$ an diese Daten an und untersuchen Sie, ob Autokorrelation der Störgrößen vermutet werden muss.
 - (b) Bilden Sie die ersten Differenzen und schätzen Sie α und β .

- (c) Wiederholen Sie (b) für die Quasi-Differenzen. Vergleichen Sie die Schätzer aus (b) und (c).

12.A.2 Allgemeine Aufgaben und Probleme

1. Die Störgrößen u eines Modells folgen dem AR(1)-Prozess $u_t = \varphi u_{t-1} + \varepsilon_t$ mit $|\varphi| < 1$ und unabhängig und identisch verteilten ε_t mit Erwartungswert Null und Varianz σ_ε^2 . Zeigen Sie, dass $\text{Cov}\{u_t, u_{t+k}\} = \varphi^k \sigma_\varepsilon^2 / (1 - \varphi^2)$.
2. Die Störgrößen u eines Modells bilden einen AR(2)-Prozess $u_t = \varphi_1 u_{t-1} + \varphi_2 u_{t-2} + \varepsilon_t$ mit unabhängig und identisch verteilten ε_t mit Erwartungswert Null und Varianz σ_ε^2 . Bestimmen Sie $\text{Corr}\{u_t, u_{t+k}\}$ als Funktion von φ_1 , φ_2 und σ_ε^2 .
3. Zeigen Sie, dass die Matrix L aus Abschnitt 12.5.2 die Beziehung $L/L = \Omega^{-1}$ mit Ω nach Gleichung (12.2.5) erfüllt.

12.B Hinweise zu gretl und EViews

12.B.1 Autokorrelation

Beide Software-Pakete bieten umfangreiche Möglichkeiten, bei Autokorrelation der Störgrößen die Parameter des spezifizierten Modells adäquat zu schätzen und mit Hilfe von statistischen Tests das Vorhandensein von Autokorrelation zu identifizieren.

Autokorrelation in gretl

In gretl stehen (a) verschiedene Tests auf Autokorrelation, (b) die HAC-Schätzer der Standardfehler und (c) einige Verfahren zur Verfügung, mit deren Hilfe die Koeffizienten eines Regressionsmodells bei autokorrelierten Störgrößen geschätzt werden können.

- Zum Diagnostizieren von Autokorrelation der Störgrößen können folgende Tests angewendet werden:
 - Die Teststatistik des Durbin-Watson-Tests wird im Output-Fenster der Schätzung eines linearen Regressionsmodells standardmäßig angezeigt. Um die Signifikanz des Testergebnisses zu beurteilen, kann man die Schaltfläche **Tests** im Ergebnis-Fenster der OLS-Schätzung und dort die Schaltfläche Durbin-Watson p -Wert anklicken; im dann aufgehenden Output-Fenster wird der p -Wert angezeigt. Natürlich kann man zur Beurteilung der Durbin-Watson-Teststatistik auch eine Tabelle der kritischen Schranken wie die Tabelle G.1 in Anhang G konsultieren.
 - Zum Durchführen des Breusch-Godfrey-Tests wählt man die Schaltfläche **Tests** im Ergebnis-Fenster der OLS-Schätzung und klickt den Menüpunkt Autokorrelation an; im dann aufgehenden Dialogfenster ist die Lag-Ordnung für den Test anzugeben. Im Output-Fenster werden Teststatistiken des Breusch-Godfrey- und des Ljung-Box-Tests mit den entsprechenden p -Werten angezeigt.

- Möchte man die HAC- oder *heteroskedasticity and autocorrelation consistent* Kovarianzmatrix (12.5.2) der OLS-Schätzer nach Newey und West erhalten, so muss man im Dialogfenster Modell spezifizieren das Feld Robuste Standardfehler markieren.
- Zum Schätzen der Koeffizienten bei autokorrelierten Störgrößen bietet gretl die Verfahren von Cochrane-Orcutt und von Prais-Winsten sowie das von Hildreth-Lu an. Um das Verfahren von Cochrane-Orcutt anzuwenden, klickt man im Hauptfenster die Schaltfläche **Modell**, dann **Zeitreihen** an. Wählt man nun Cochrane-Orcutt ..., so öffnet sich ein Dialogfenster analog zum Dialogfenster Modell spezifizieren der OLS-Schätzung. In analoger Weise können die Verfahren von Prais-Winsten und von Hildreth-Lu ausgeführt werden. Wählt man Autoregressive Schätzung ..., so wird ein verallgemeinertes Verfahren von Cochrane-Orcutt angewendet.

Autokorrelation in EViews

In EViews stehen (a) verschiedene Tests zum Diagnostizieren von Autokorrelation der Störgrößen, (b) die HAC-Schätzer für die Varianz der OLS-Schätzer nach Newey und West sowie (c) die Möglichkeit des Schätzens der Koeffizienten eines Regressionsmodells bei autokorrelierten Störgrößen zur Verfügung.

- Zum Diagnostizieren von Autokorrelation der Störgrößen können folgende Verfahren aufgerufen werden:
 - Die Teststatistik des Durbin-Watson-Tests wird im Output-Fenster der Schätzung des linearen Regressionsmodells angezeigt. Zum Beurteilen der Signifikanz des Testergebnisses kann eine Tabelle der kritischen Schranken wie die Tabelle G.1 in Anhang G verwendet werden.
 - Der LM-Test nach Breusch-Godfrey kann im Output-Fenster der Schätzung eines linearen Regressionsmodells abgerufen werden. Dazu klickt man auf die Schaltfläche **View** und wählt aus den Menüpunkten von Residual Diagnostics die Möglichkeit Serial Correlation LM Test Es erscheint das Lag Specification-Fenster, in dem die Ordnung p des AR(p)-Prozesses einzugeben ist, den man der Nullhypothese unkorrelierter Störgrößen gegenüberstellen möchte. Das dann erscheinende Output-Fenster enthält
 1. als Obs*R-squared die Teststatistik nR_e^2 nach (12.4.2) und den entsprechenden p -Wert der asymptotischen Chi-Quadrat-Verteilung des LM-Tests nach Breusch-Godfrey und
 2. die Teststatistik des F -Tests, mit dem die Nullhypothese überprüft wird, dass alle Koeffizienten des Modells den Wert Null haben, und den entsprechenden p -Wert der bei normalverteilten Störgrößen exakten F -Verteilung.
 - Der Ljung-Box-Test kann im Output-Fenster der Schätzung eines linearen Regressionsmodells abgerufen werden. Dazu klickt man auf die Schaltfläche **View** und wählt aus den Menüpunkten von Residual Diagnostics die Möglichkeit Correlogram - Q-statistics Es erscheint das Lag Specification-Fenster, in dem die maximale Ordnung k einzugeben ist, bis zu der das Korrelogramm der Residuen ausgegeben werden soll. Das Output-Fenster enthält für alle Ordnungen bis zum Wert k die Autokorrelation,