



AUFGABEN

11.A.1 Empirische Anwendungen

1. Der Datensatz `DatS07` enthält Daten zur Verwendung von Kreditkarten von 100 Personen. Drei Modelle für die monatlichen Ausgaben (AEXP, in USD), die von der i -ten Person mittels Kreditkarte bezahlt wurden, sind

$$\text{AEXP}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{INC}_i + u_i \quad (\text{A})$$

$$\text{AEXP}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{INC}_i + \beta_2 \text{INC}_i^2 + u_i \quad (\text{B})$$

$$\text{AEXP}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{INC}_i + \beta_2 \text{AGE}_i + \beta_3 \text{OWR}_i + u_i \quad (\text{C})$$

mit den erklärenden Variablen AGE (Alter), INC (Einkommen, in 10 000 USD) und OWR (Dummy-Variable, die den Besitz eines Eigenheims anzeigt). Schätzen Sie die Parameter des Modells (B) mittels OLS-Schätzung.

- Überprüfen Sie mittels White-Test, ob Heteroskedastizität vorliegt.
 - Überprüfen Sie mittels Glejser's Test mit (i) $\sigma_i^2 = \delta_0 + \delta_1 \text{INC}_i$ und (ii) $\sigma_i^2 = \exp(\delta_0 + \delta_1 \text{INC}_i)$, ob Heteroskedastizität vorliegt.
 - Vergleichen Sie die Standardfehler der OLS-geschätzten Parameter mit den White-Standardfehlern.
 - Verwenden Sie die beiden Modelle des Tests von Glejser und schätzen Sie die Parameter des Modells mittels FGLS.
2. Wiederholen Sie die Übungen (a), (b) und (c) der Aufgabe 1 für das Modell (C).
3. Der Datensatz `DatS06` enthält zu 24 Gruppen von Haushalten die gesamten Haushaltsausgaben zu jedem Haushalt (EXTOTAL), die durchschnittliche Anzahl der Kinder im Haushalt (NCHILD), die Anzahl der Haushalte in der Gruppe (NFAM) und die Ausgaben des Haushalts für Ernährung (EXFOOD). Schätzen Sie das Modell

$$\log \text{EXFOOD}_i = \beta_0 + \beta_1 \log \text{EXTOTAL}_i + \beta_2 \text{NCHILD}_i + u_i.$$

Führen Sie einen Goldfeld-Quandt-Test auf Heteroskedastizität durch: Überprüfen Sie, ob die Varianz der Störgrößen von der Gruppengröße NFAM abhängt. *Hinweis:* Verwenden Sie NFAM als Gruppierungsvariable und zwei Beobachtungsgruppen der Größe 8.

11.A.2 Allgemeine Aufgaben und Probleme

- Gesucht ist ein Schätzer des Parameters β des Modells $Y_t = \beta t + u_t$; die u_t sind unabhängig mit Erwartungswert Null und $\text{Var}\{u_t\} = 1 + t$. Verwenden Sie eine Transformation, so dass die OLS-Anpassung einen besten erwartungstreuen Schätzer liefert, und geben Sie den Schätzer an.
- Gesucht sind Schätzer der Parameter α und β des Modells $Y = \alpha + \beta X + u$; für die Störgrößen u gilt $\text{Var}\{u_t\} = \sigma^2 Z_t^2$. Die Parameter können (a) durch

OLS-Anpassung des transformierten Modells $Y/Z = \alpha/Z + \beta X/Z + u/Z$ oder (b) durch Minimieren der mit Z_t^{-2} gewichteten Summe der quadrierten Abweichungen $Y_t - \alpha - \beta X_t$ geschätzt werden. Zeigen Sie, dass die Schätzer übereinstimmen.

3. Zum Modell $Y = \alpha + \beta X + u$ enthält die $(n \times 2)$ -Matrix \mathbf{X} in der ersten Spalte den Einsen-Vektor und in der zweiten Spalte die zentrierten Beobachtungen $X_t - \bar{X}$ des Regressors X ; die Varianz der Störgröße u_t sei σ_t^2 . Bestimmen Sie die Varianz von b aus $\sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{D}\mathbf{X})(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ nach (11.4.1) und aus $\sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ nach (3.1.3) und interpretieren Sie die Differenz.

11.B Hinweise zu gretl und EViews

Heteroskedastizität

Beide Software-Pakete bieten umfangreiche Möglichkeiten, bei Heteroskedastizität der Störgrößen die Parameter des spezifizierten Modells adäquat zu schätzen und mit Hilfe von statistischen Tests das Vorhandensein von Heteroskedastizität zu identifizieren.

Heteroskedastizität in gretl

In gretl stehen (a) verschiedene Tests auf Heteroskedastizität, (b) die White-Standardfehler und (c) die gewichtete OLS-Schätzung zur Verfügung, mit deren Hilfe die Koeffizienten eines passend transformierten Modells geschätzt werden können bzw. eine GLS-Schätzung ausgeführt werden kann.

- Nach Anwählen der Schaltfläche **Tests** im Ergebnis-Fenster der OLS-Schätzung klickt man den Menüpunkt Heteroskedastizität an und wählt den gewünschten Test aus. Wählt man White's Test, so öffnet sich das Output-Fenster, das die Teststatistik nR_o^2 nach (11.3.3) mit dem entsprechenden p -Wert der asymptotischen Chi-Quadrat-Verteilung anzeigt.
- Sollen White-Standardfehler, die auf der *heteroskedasticity consistent* Kovarianzmatrix (11.4.2) der OLS-Schätzer basieren, oder andere robuste Standardfehler berechnet werden, so muss im Dialogfenster Modell spezifizieren das Feld Robuste Standardfehler markiert werden, wobei bei Anklicken von Konfigurieren eine Reihe von Varianten robuster Standardfehler zur Verfügung gestellt werden.
- Um eine gewichtete OLS-Schätzung der Koeffizienten auszuführen, klickt man im Hauptfenster die Schaltfläche **Modell**, dann Andere lineare Modelle an. Wählt man nun Gewichtete Kleinstquadrate (WLS) ..., so öffnet sich ein Dialogfenster, das sich vom Dialogfenster Modell spezifizieren der OLS-Schätzung durch das zusätzliche Feld Gewichtsvariable unterscheidet. Alle Variablen werden transformiert, indem ihre Werte mit der Wurzel der entsprechenden Werte der Gewichtsvariablen multipliziert werden. Wählt man unter Andere lineare

