

- **Maßnahmen bei Multikollinearität:** Eine Reihe von Maßnahmen können getroffen werden, um nachteilige Auswirkungen und Folgen von Multikollinearität zu vermeiden. Ein Beispiel für eine solche Maßnahme ist das Eliminieren jenes Regressors oder jener Regressoren, die für die Multikollinearität verantwortlich sind.

**Wichtige Begriffe**

- Bestimmtheitsmaß
- condition index
- Konditionszahl
- Partieller Regressionskoeffizient
- residuenerzeugende Matrix
- VIF (variance inflation factor)

**AUFGABEN**

**10.A.1 Empirische Anwendungen**

Der Datensatz `DatS01` enthält die Variablen, die zum Schätzen der Konsumfunktion

$$CR_t = \beta_1 + \beta_2 YDR_t + \beta_3 Mp_t + \beta_4 PI_t + u_t$$

benötigt werden. Die Variablen bedeuten: CR: privater Konsum; YDR: verfügbares Einkommen; Mp: privates Geldvermögen; und PI: die Inflationsrate, die aus dem Konsumdeflator PC zu berechnen ist; alle monetären Größen in Preisen von 1995 und in Mrd EUR.

1. Stellen Sie die Zeitreihen mittels geeigneter Grafiken dar und interpretieren Sie insbesondere die Abhängigkeiten zwischen den Variablen.
2. Untersuchen Sie die Stabilität der Schätzer bei kleinen Variationen der Stichprobe: Vergleichen Sie die Schätzer der Parameter, die sich auf Basis aller Daten (d. h. die Daten aus dem Beobachtungsintervall [1976, 2001]) und auf Basis der Daten aus [1976, 2000], aus [1976, 1999] und aus [1976, 1998] ergeben.
3. Untersuchen Sie, ob Multikollinearität vorliegt, anhand (a) der Bestimmtheitsmaße  $R_i^2$ ,  $i = 1, \dots, 4$  der Hilfsregressionen, (b) der Änderungen der Standardfehler der  $b_j$  und (c) der Determinante der Matrix der Korrelationskoeffizienten der Regressorvariablen.
4. Schätzen Sie das Modell ohne erklärende Variable `Mp` und beobachten Sie, welchen Einfluss das Eliminieren von `Mp` auf die Standardfehler der verbleibenden Parameter hat.

**10.A.2 Allgemeine Aufgaben und Probleme**

1. Im Modell  $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 Z + u$  gelte  $Z = cX$ . Es stehen Daten für die Beobachtungsperioden  $t = 1, \dots, n$  zur Verfügung. Zeigen Sie, dass die Ränge von  $X$  und von  $X'X$  (höchstens) den Wert 2 haben.
2. Zeigen Sie die Richtigkeit von

$$b_i = (x_i' M_j x_i)^{-1} x_i' M_j y = (\tilde{x}' \tilde{x})^{-1} \tilde{x}' \tilde{y} = \frac{\sum \tilde{x}_{it} Y_t}{\sum \tilde{x}_{it}^2};$$

zur Notation siehe Abschnitt 10.3.

3. Zeigen Sie die Richtigkeit von

$$\text{Var}\{b_i^*\} = \sigma^2 (x_i' A x_i)^{-1} = \frac{\sigma^2}{\sum (X_{it} - \bar{X}_i)^2};$$

zur Notation siehe Abschnitt 10.3.

4. Zeigen Sie die Richtigkeit von

$$\text{Var}\{b_j\} = \frac{\sigma^2}{\sum \tilde{x}_{it}^2}$$

und von

$$\sum X_{it}^2 \geq \sum (X_{it} - \bar{X}_i)^2 \geq \sum \tilde{x}_{it}^2;$$

zur Notation siehe Abschnitt 10.3.

**10.B Hinweise zu gretl und EViews**

**Multikollinearität**

Beide Software-Pakete bieten Indikatoren für Multikollinearität an, die im Output-Fenster der Schätzung eines linearen Regressionsmodells abrufbar sind.

**Multikollinearität in gretl**

Nach Anwählen der Schaltfläche **Tests** im Ergebnis-Fenster der OLS-Schätzung klickt man den Menüpunkt **Kollinearität** an. Der Output enthält die VIFs, hier Varianzerhöhungsfaktoren genannt, die Determinante der Matrix  $X'X$  sowie den Kehrwert der Konditionszahl. Bestimmtheitsmaße der Hilfsregressionen, mit deren Hilfe man Hinweise auf die verursachenden Regressoren bekommt, können in einfacher Weise berechnet werden.

Die Fehlermeldung `Data matrix close to singularity!` beim Schätzen der Regressionskoeffizienten eines Regressionsmodells weist auf numerische Probleme beim Invertieren der Matrix  $X'X$  hin. Multikollinearität ist keine unplausible Ursache

