

Appendix: Indizes

Kapitel 1

Ökonometrie I
Michael Hauser

Inhalt

Indizes:

- ▶ Preis-, Mengen-, Umsatzindizes
- ▶ Verkettung und Umbasieren von Indizes

Index

Ein **Index** ist eine aggregierte Maßzahl. Er misst in einer Zahl das Verhalten einer Vielzahl von verschiedenen Gütern in Relation zu einer Basisperiode (einem Basisobjekt).

Das absolute Niveau selbst sagt nichts aus. Es ist für das Basisjahr bzw Basisobjekt mit 100 normiert.

Wir unterscheiden

- ▶ Preis-,
- ▶ Mengen- und
- ▶ Umsatzindizes,

die sich auf ein einmal *fixiertes* Güterbündel beziehen.

Bezeichnung:

0 bezeichnet im Folgenden die **Basis(Referenz)periode**.

1 bezeichnet die aktuelle **Berichtsperiode**.

Umsatzindex

Der **Umsatzindex** beschreibt die Umsatzentwicklung eines Güterbündels. Er ist gegeben durch

$$U_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} 100$$

Der Summationsindex ist hier weggelassen worden. Eigentlich lautet die Formel

$$U_{01} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}} 100$$

i ist der Laufindex. Er bezeichnet die verschiedenen Güter, die in den Index einbezogen werden.

Bsp: Umsatzindex für Elektrohaushaltsgeräte von SIEMENS für die Jahre 1985 bis 2004 mit Basisjahr 1995 (1995=100).

Preisindex - Laspeyres

Ein Preisindex beschreibt die Preisentwicklung eines Güterbündels. Wir unterscheiden zwei Arten:

Laspeyres'scher Preisindex

Der Preisindex nach Laspeyres, P_{01}^L , ist ein Preisindex mit *fixen* Umsatzgewichten. Die Gewichte der einzelnen Güter werden in der Basisperiode (für das Basisobjekt) bestimmt.

$$P_{01}^L = \sum w_{00} \frac{p_1}{p_0} 100 = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} 100$$

wobei $w_{i00} = (p_{i0} q_{i0}) / \sum p_{i0} q_{i0}$ den Anteil von Gut i am Umsatz in der Basisperiode angibt.

Bsp: Verbraucherpreisindex (VPI, engl CPI). Für einen "typischen" Haushalt werden in Österreich - ab 1990 alle 5 Jahre - das Konsummuster erhoben und für die folgenden Jahre festgehalten.

Preisindex - Paasche

Paasche'scher Preisindex

Der Preisindex nach Paasche ist ein Preisindex mit *variablen* "Umsatz"gewichten. Die Gewichte der einzelnen Güter werden in jeder Periode (für jedes Objekt) neu bestimmt.

$$P_{01}^P = \sum w_{01} \frac{p_1}{p_0} 100 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} 100$$

wobei $w_{i01} = (p_{i0} q_{i1}) / \sum p_{i0} q_{i1}$ den Anteil von Gut i am Umsatz gemessen in den aktuellen Mengen, aber den Preisen der Basisperiode angibt.

Bsp: Deflator des Bruttoinlandsprodukts.

Mengenindex - Laspeyres

Wir unterscheiden analog zu den Preisindizes zwei Arten von Mengenindizes:

Laspeyres'scher Mengenindex

Der Mengenindex nach Laspeyres ist ein Mengenindex mit *fixen* Umsatzgewichten. Die Gewichte der einzelnen Güter werden in der Basisperiode (für das Basisobjekt) bestimmt.

$$Q_{01}^L = \sum w_{00} \frac{q_1}{q_0} 100 = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} 100$$

Mengenindex - Paasche

Paasche'scher Mengenindex

Der Mengenindex nach Paasche ist ein Mengenindex mit *variablen*

“Umsatz”gewichten. Die Gewichte der einzelnen Güter werden in jeder Periode (für jedes Objekt) neu bestimmt.

$$Q_{01}^P = \sum w_{10} \frac{q_1}{q_0} 100 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} 100$$

wobei $w_{i10} = (p_{i1} q_{i0}) / \sum p_{i1} q_{i0}$.

BIP und Deflator

Das nom. BIP ist das Produkt aus BIP-Deflator und realem BIP.

$$BIP^{nom} = PBIP \cdot BIP^{real}$$

Das **nominelle BIP** der Berichtsperiode, 1, ergibt sich aus allen Umsätzen, der in der jeweiligen Periode produzierten Güter minus Vorleistungen. Es hat die Form $\sum p_1 q_1$.

Das **reale BIP** ist die aktuelle Produktion bewertet zu (konstanten) Preisen des Basisjahres 0, $\sum p_0 q_1$.

Der **Deflator des BIP** ist ein Paasche'scher Preisindex, $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$:

$$\sum p_1 q_1 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \sum p_0 q_1$$

$$U_{01} = P_{01}^P \cdot Q_{01}^L$$

Zu einem Paasche'schen Preisindex gehört ein Laspeyres'scher Mengenindex:

Dividieren wir die obige Gleichung durch $\sum p_0 q_0$, so erhalten wir auf der linken Seite einen Umsatzindex, und rechts den Deflator (unverändert) und einen Mengenindex mit fixen Umsatzgewichten.

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

bzw

$$U_{01} = P_{01}^P Q_{01}^L$$

$$U_{01} = P_{01}^L \cdot Q_{01}^P$$

Die *Beziehung* zwischen dem Preisindex nach Laspeyres und dem Mengenindex nach Paasche ist analog:

$$U_{01} = P_{01}^L Q_{01}^P$$

Verkettung von Indizes

Dieses Problem ergibt sich zB regelmäßig beim Verbraucherpreisindex, sobald ein neues Konsummuster erhoben wurde.

Für eine gewisse Zeit wird der Index sowohl nach der alten, wie nach der neuen Gewichtung berechnet. Hier werden die alten Werte auf das neue Niveau umgerechnet.

P_t^a ... alter Index für $t = 1, 2, \dots, t_0$

P_t^n ... neuer Index für $t = t_0, t_0 + 1, \dots$

P_t^K ... verketteter Index für $t = 1, 2, \dots, t_0, t_0 + 1, \dots$

$$P_t^K = \begin{cases} \kappa P_t^a & t = 1, \dots, t_0, \\ P_t^n & t = t_0, \dots \end{cases} \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{P_{t_0}^n}{P_{t_0}^a}$$

Für aktuelle t ist der verkettete Index gleich dem neuen.

Basiswechsel von Indizes

Sie wollen einen Index mit der Basis $t_0 = 100$, $P_{t_0} = 100$, in einen Index mit der Basis $t_1 = 100$ transformieren. Dies ist de facto nur dem Konstrukteur des Index möglich - falls er alle relevanten zukünftigen Daten in der Vergangenheit gesammelt hat.

Wir können nur den alten Index P_t^a mit $P_{t_0}^a = 100$ so umrechnen, dass er in t_1 den Wert 100 hat. Der umbasierte Index lautet

$$P_t^n = \frac{P_t^a}{P_{t_1}^a} \cdot 100$$

Er besitzt die selben Wachstumsraten wie der alte, nimmt aber in t_1 den Wert 100 an.

Literaturhinweise zu Indizes

Winker: *Empirische Wirtschaftsforschung*, Kapitel 3.1

[http://stats.oecd.org/glossary/ index number](http://stats.oecd.org/glossary/index%20number)

<http://www.imf.org/external/np/sta/tegppi/index.htm>