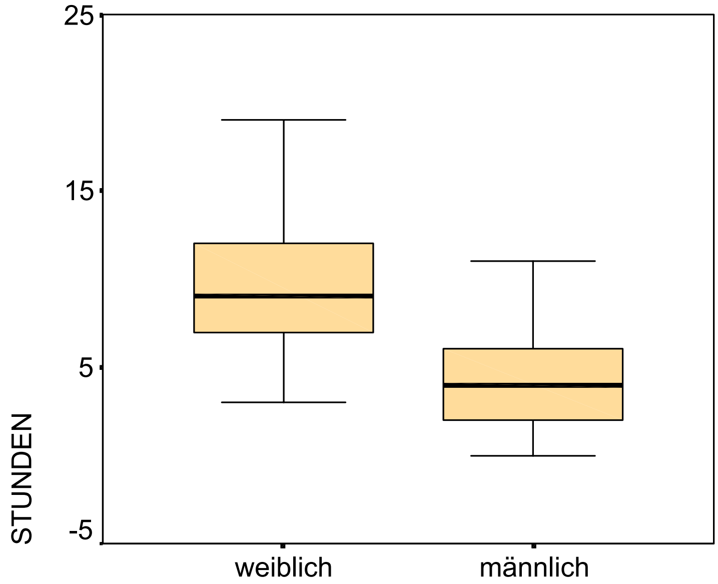
6. METRISCHE UND KATEGORIALE MERKMALE

wenn an einer Beobachtungseinheit eine (oder mehrere) metrische und eine (oder mehrere) kategoriale Variable(n) erhoben wurden

Beispiel:

Haushaltsarbeit von Teenagern

Unterscheiden sich Burschen und Mädchen im Ausmaß der Mithilfe im Haushalt (gemessen in Stunden pro Woche)



hier beschränken wir uns auf:

- Analyse von Unterschieden der Lage von Variablen (Mittelwerte, Mediane)
- eine metrische Variable wird nach den Kategorien einer oder zweier kategorialer Variablen aufgeschlüsselt

Einteilung wie bei Regression in

- **unabhängige** Variable ("Wenn") - **kategorial** (X)
  abhängige Variable ("Dann") - **metrisch** (Y)

WICHTIGE FRAGESTELLUNGEN

- Ist die Lage einer metrischen Variable in zwei oder mehreren Gruppen gleich?

Diese Frage stellt man vor allem dann, wenn man wissen möchte, ob sich Mittelwerte oder Mediane in 2 oder mehreren Gruppen unterscheiden

Beispiel: Haushaltsarbeit von Teenagern

Helfen Mädchen und Burschen im Durchschnitt gleichviel bei der Arbeit im Haushalt ?

- Besteht eine Wechselwirkung zwischen zwei unabhängigen Variablen ?

Diese Frage stellt man, wenn man wissen möchte, ob ein möglicher Unterschied zwischen Gruppen (in Fragestellungen wie oben) gleich oder anders ist, wenn noch eine zweite gruppierende (kategoriale) Variable berücksichtigt wird.

Beispiel: Haushaltsarbeit von Teenagern

Helfen Mädchen und Burschen im Durchschnitt gleichviel bei der Arbeit im Haushalt, egal ob die Mutter berufstätig ist oder nicht ?

FRAGESTELLUNG 1:

Ist die Lage einer metrischen (bzw. ordinalen) Variable in zwei oder mehreren Gruppen gleich?

"Lage" heisst in erster Linie "Mittelwerte"

aber nicht immer sinnvoll Mittelwerte zu berechnen:

Mittelwerte nur sinnvoll wenn:
- Daten (in jeder Gruppe) normalverteilt
- Variable ist (wirklich) metrisch

wenn diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, ist es besser Mediane zu verwenden

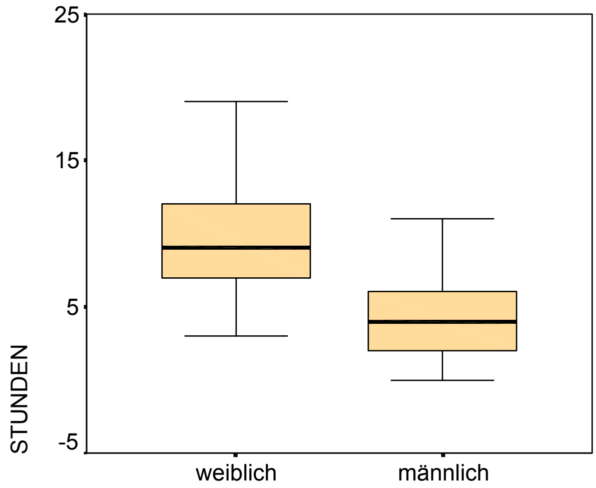
es gibt bei einer solchen Fragestellung

vier verschiedene Situationen *vier verschiedene Analysemethoden*

- **2 Gruppen**
  - unterscheiden sich Mittelwerte (Beispiel 1.1)
    t-Test für unabhängige Stichproben
  - unterscheiden sich "Mediane" (Beispiel 1.2)
    Mann-Whitney U-Test
- **3 oder mehr Gruppen**
  - unterscheiden sich Mittelwerte (Beispiel 1.3)
    einfache Varianzanalyse f. unabh. Stichproben
  - unterscheiden sich "Mediane" (Beispiel 1.4)
    Varianzanalyse nach Kruskal-Wallis

Beispiel 1.1
HAUSHALTSARBEIT VON TEENAGERN

- Unterscheiden sich Burschen von Mädchen bezüglich der durchschnittlichen Zeit, die sie im Haushalt mithelfen ?



Mittelwerte

Mädchen: 9,37

Burschen: 4,44

Daten:

Stunden/Woche	Geschlecht (1=weiblich)
8	2
5	2
6	2
8	2
...	...
7	1
6	1
8	1
6	1
...	...

T-Test für unabhängige Stichproben

Fragestellung:
Unterscheiden sich 2 Gruppen bezüglich ihrer Mittelwerte einer metrischen Variable
(technisch: entstammen 2 Stichproben einer gemeinsamen, normalverteilten Population)

Voraussetzungen:
- 2 unabhängige Stichproben
- metrische Daten
- Normalverteilung in beiden Stichproben

Hypothesen:
H_0: $\mu_1=\mu_2$ **H_A:** $\mu_1\neq\mu_2$ oder **H_A:** $\mu_1>\mu_2$ oder **H_A:** $\mu_1<\mu_2$

Teststatistik:
t-Wert - je nachdem ob Varianzen gleich (homogen):
aus oberer oder unterer Zeile

Test bei unabhängigen Stichproben

		Levene-Test der Varianzgleichheit		T-Test für die Mittelwertgleichheit		
		F	Signifikanz	T	df	Sig. (2-seitig)
STUNDEN	Varianzen sind gleich	1,056	,305	11,343	190	,000
	Varianzen sind nicht gleich			11,443	189,219	,000

- Varianzen in Population gleich (p=0,305) → obere Zeile
- die Wahrscheinlichkeit, dass sich Burschen von Mädchen bezüglich durchschnittlicher Arbeitszeit im Haushalt nicht unterschieden ist kleiner als 0,001
  → Nullhypothese (kein Unterschied in Population) verwerfen

Wie interpretiert man STATISTISCHE ERGEBNISSE ?
(am Beispiel des t-Tests für unabhängige Stichproben)

2 Teile:

TECHNISCHE (STATISTISCHE) INTERPRETATION

- Angabe der Methode
- Null- und Alternativhypothese (ob ein- od. zweiseitig)
- Signifikanzniveau α

Beispiel:

> Berechnet wurde ein t-Test. Es zeigte sich, daß die Nullhypothese („die durchschnittliche Anzahl der im Haushalt gearbeiteten Stunden ist bei männlichen und weiblichen Teenagern gleich“) zugunsten der Alternativhypothese („die Durchschnittszeit von Hausarbeit ist bei Burschen und Mädchen ungleich“) am 95%-Niveau verworfen werden muß.

INHALTLICHE INTERPRETATION

- Bezugnehmen auf Fragestellung
- Angabe von Statistiken (Mittelwerte, Mediane, etc.)
- p-value

Beispiel:

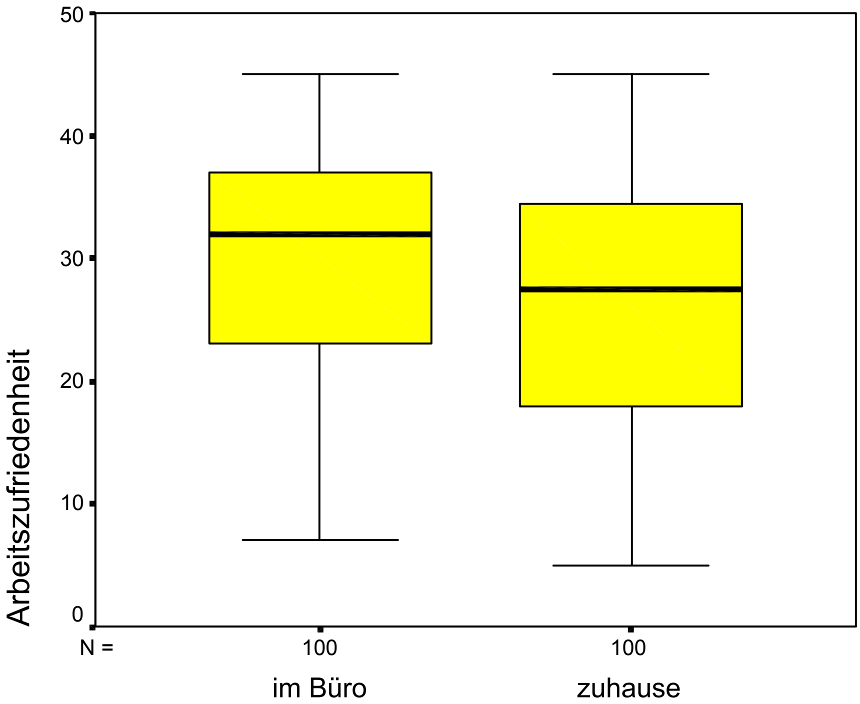
> Mädchen helfen demnach im Durchschnitt länger im Haushalt mit als Burschen (Mittelwerte: Mädchen 9.36 Stunden pro Woche, Burschen 4.43, $p<0.001$)

Beispiel 1.2

TELEARBEIT UND ARBEITSZUFRIEDENHEIT

In den USA arbeiten schon mehr als 10% der Vollbeschäftigten zuhause am Computer, d.h. sie sind mittels Modem mit einem Firmenrechner verbunden. In einer Studie sollte untersucht werden, ob diese Beschäftigten mit ihrer Arbeit zufrieden sind.

- Unterscheiden sich „Heimarbeiter“ von Personen, die in einem Büro arbeiten bezüglich ihrer Arbeitszufriedenheit ? (1 = sehr unzufrieden, ... ,50 = sehr zufrieden)



Daten:

Arbeitszufriedenheit	Arbeitsort (1 ... im Büro)
8	1
15	1
28	1
...	...
39	2
15	2
...	...

U-Test (Mann-Whitney)
(auch Wilcoxon Rangsummentest)

Fragestellung:
unterscheiden sich 2 Gruppen bezüglich der Lage einer ordinalen (oder metrischen) Variable

Voraussetzungen:
- 2 unabhängige Stichproben
- ordinale Daten (oder schief verteilte metrische)
- nicht zuviele Bindungen (*ties*)

Hypothesen:
H_0: $F(x)=G(x)$ (Lage in 2 Gruppen ist gleich)
H_A: $F(x)>G(x)$

Test:
- p-value (significance) bei kleinen Stichproben exakt, sonst Normalverteilungsapproximation
- in SPSS: bei einseitiger Fragestellung p-value halbieren

SPSS-Output:

Statistik für Test[a]

	Arbeitszufriedenheit
Mann-Whitney-U	4319,000
Wilcoxon-W	9369,000
Z	-1,665
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)	,096

a. Gruppenvariable: Arbeitsort

Ergebnis:
es besteht kein signifikanter Unterschied - Personen, die in einem Büro arbeiten, sind nicht zufriedener als solche die zu Hause arbeiten (p=0,096 → Nullhypothese beibehalten)

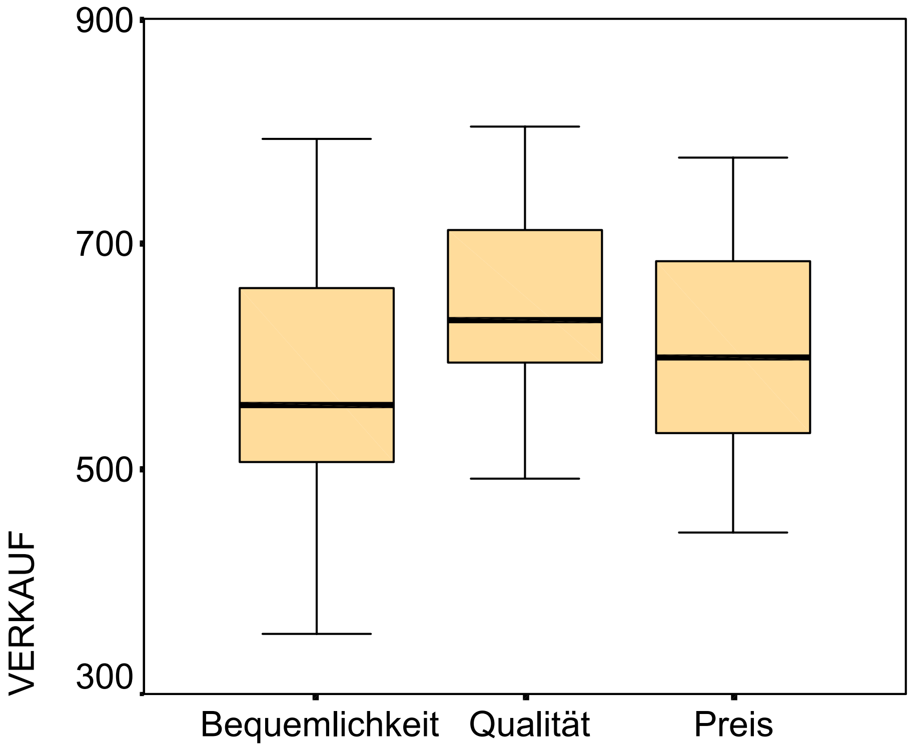
Beispiel 1.3
WIRKSAMKEIT VERSCHIEDENER WERBEINHALTE

Fruchtsafthersteller bringt neues Produkt – Apfelsaftkonzentrat - auf den Markt, aus kleiner Menge kann mit Wasser 1l Apfelsaft hergestellt werden
3 Vorteile:

- Bequemlichkeit: leicht, wenig Platz im Kühlschrank
- Qualität: wird aus echten Äpfeln hergestellt
- Preis: niedriger als herkömmlicher Saft

In 3 Versuchsstädten wird Produkt beworben und jeweils ein Aspekt in der Werbung betont

- Unterscheiden sich die durchschnittlichen Verkaufszahlen von Apfelsaftkonzentrat je nach Werbeinhalt ?



Einfache Varianzanalyse für unabhängige Stichproben

Fragestellung:
Unterscheiden sich ***k*** Gruppen (3 oder mehr) bezüglich ihrer Mittelwerte einer metrischen Variable

Voraussetzungen:
- unabhängige Stichproben
- metrische Daten
- homogene Varianzen
- Normalverteilung in allen Stichproben

Hypothesen:
H_0: $\mu_1 = ... = \mu_k$ **H_A:** mindestens ein μ unterschiedlich

Teststatistiken:
wenn Varianzen homogen (Levene Test): F-Wert
(Sonst: Kruskal-Wallis Varianzanalyse)

SPSS-Output:

ANOVA

VERKAUF

	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
Zwischen den Gruppen	2	28756,117	3,233	,047
Innerhalb der Gruppen	57	8894,447		
Gesamt	59			

Ergebnis:
es besteht ein signifikanter Unterschied in der Wirksamkeit der drei Werbeinhalte (p=0,047) - Betonung der Qualität des Produkts führt vergleichsweise zu den höchsten Verkaufs-zahlen

Beispiel 1.4
FERNSEHKONSUM VON KINDERN

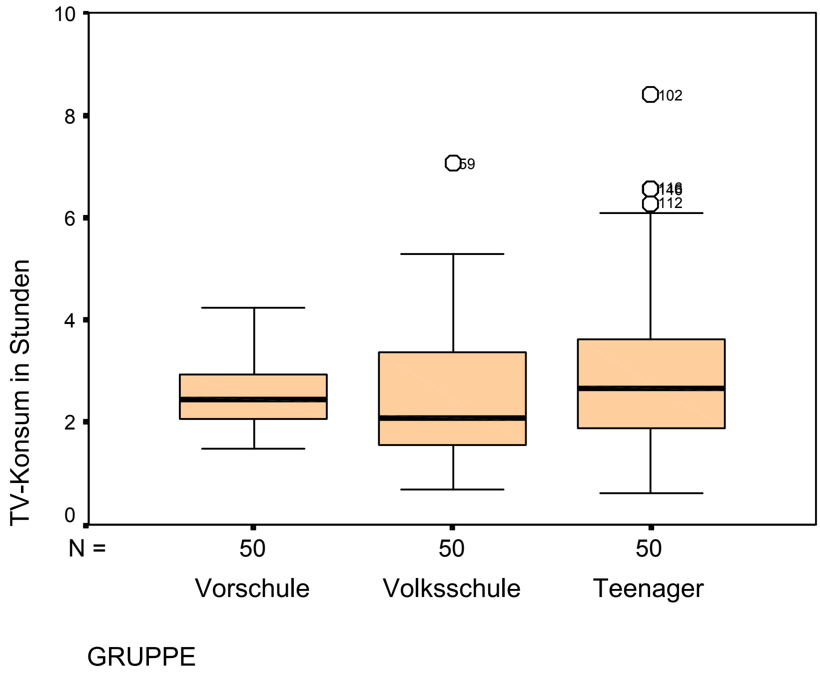
In einer amerikanischen Studie wurde das TV-Verhalten von Kindern untersucht. Erfaßt wurde unter anderem die durchschnittliche tägliche Dauer des Fernsehens (nach *Television in the Home 1998*. *Annenberg Public Policy Center*)

- Gibt es einen Unterschied in der Dauer des Fersehkonsum von Kindern unterschiedlichen Alters ?

Daten:

Stunden	Alter
1,98	1
2,57	1
2,39	1
...	...
1,40	2
0,70	2
3,43	2
...	...
1,23	3
8,40	3
6,05	3
...	...

Boxplots:



Varianzanalyse nach Kruskal - Wallis

Fragestellung:
unterscheiden sich ***k*** Gruppen bezüglich der Lage einer ordinalen (oder metrischen) Variable

Voraussetzungen:
- unabhängige Stichproben
- ordinale Daten bzw.
  metrische Daten mit schiefer Verteilung oder ungleichen Varianzen
- nicht zuviele Bindungen (*ties*)

Hypothesen:
H_0: *F(x)=...=H(x)* (Lage in k Gruppen ist gleich)
H_A: Lage in mindestens einer Gruppe unterschiedlich

Test:
p-value (Signifikanz), bei Bindungen korrigierten Wert verwenden, bei kleinen Stichproben: exakte Methode

SPSS-Output:

Statistik für Test[a,b]

	STUNDEN
Chi-Quadrat	2,311
df	2
Asymptotische Signifikanz	,315

a. Kruskal-Wallis-Test

b. Gruppenvariable: GRUPPE

Ergebnis: Nullhypothese beibehalten (p=0,315), es gibt keinen Unterschied im TV-Konsum zwischen den Altersgruppen

FRAGESTELLUNG 2:

Besteht eine Wechselwirkung zwischen zwei unabhängigen Variablen ?

Idee:
eine metrische Variable wird nach zwei kategorialen Variablen aufgeschlüsselt:

Bsp: Haushaltsarbeit von Teenagern:

2 unabhängige Variablen: **Geschlecht**: (männl. - weibl.)
Mutter berufstätig (ja - nein)

Mittelwerte der pro Woche geleisteten Arbeit in Stunden

	Mutter		
Geschlecht	zu Hause	arbeitet	gesamt
weiblich	7,76	10,30	9,37
männlich	6,88	3,05	4,44
gesamt	7,34	6,85	7,03

mit bisherigen Methoden lassen sich zwei Fragen beantworten:

- unterscheiden sich Burschen von Mädchen ? (Beispiel 1.1)
- gibt es einen Unterschied in der geleisteten Haushaltsarbeit von Teenagern zwischen Familien, in denen die Mutter berufstätig ist und solchen, in denen Mutter zu Hause ist ?

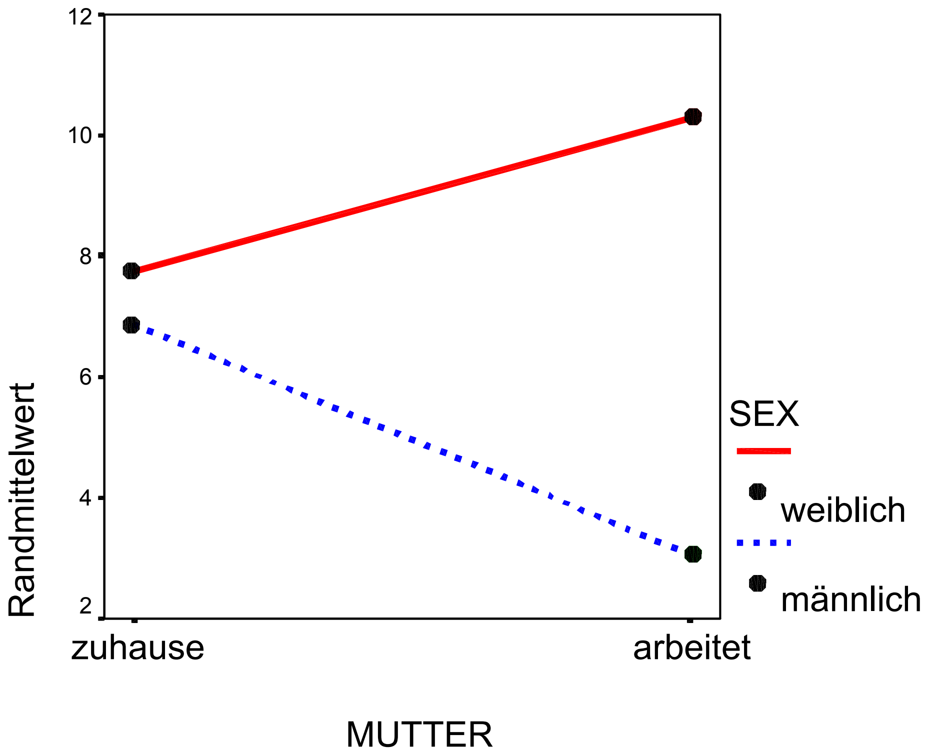
hier wird jeweils nach einem Unterschied gefragt, unabhängig von der anderen Variable
(wie *Randinformation* bei kategorialen Daten)

Wechselwirkung:
(wie *gemeinsame Information* bei kategorialen Daten)

Ist der Unterschied zwischen männlich und weiblich anders, wenn die Mutter zu Hause ist oder wenn sie berufstätig ist ?

grafische Darstellung:

Mittelwertsdiagramm oder **"Profildiagramm"**(SPSS)



Nullhypothese: (parallele Linien)

der **Unterschied** zwischen männlich und weiblich ist **gleich**, egal ob Mutter berufstätig ist oder nicht

Alternativhypothese: (gekreuzte Linien)

der **Unterschied** zwischen männlich und weiblich ist **anders**, je nachdem ob Mutter berufstätig ist oder nicht

Zweifache Varianzanalyse

Voraussetzungen:

- 2 kategoriale Variablen
- unabhängige Stichproben
- Normalverteilung in allen Gruppen (Zellen d. Tabelle)
- homogene Varianzen

(wenn Voraussetzungen nicht erfüllt sind, gibt es kein analoges Verfahren für ordinale Daten - dann: Verwenden von Methoden, die nur Randinformation berücksichtigen)

prüft gleichzeitig 3 Nullhypothesen:

1. kein Unterschied zwischen den Zeilen-Randmittelwerten

2. kein Unterschied zwischen den Spalten-Randmittelwerten

3. keine Wechselwirkung

man verwendet auch die Bezeichnungen:

HAUPTEFFEKT (für Hypothesen 1 bzw. 2)
besteht nur aus einer Variablen

WECHSELWIRKUNGSEFFEKT (für Hypothese 3)
besteht aus 2 Variablen, meist mit "∗" gekennzeichnet:
z.B. VARIABLE1∗VARIABLE2

Teststatistiken:

F-Werte

zurück zu Fragestellung 2:

SPSS Output (ein wenig modifiziert)

Tests der Zwischensubjekteffekte

Abhängige Variable: STUNDEN

Quelle	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
Korrigiertes Modell	3	540,427	80,858	,000
Konstanter Term	1	8682,298	1299,031	,000
MUTTER	1	18,362	2,747	,099
SEX	1	731,571	109,456	,000
MUTTER * SEX	1	449,475	67,250	,000
Fehler	188	6,684		
Gesamt	192			
Korrigierte Gesamtvariation	191			

zur Interpretation:

- aus obiger Tabelle ablesbar, ob Nullhypothesen verworfen werden
- wenn Wechselwirkung signifikant, interpretiert man nur diese und nicht die Haupteffekte
  sonst werden alle Haupteffekte interpretiert
- zur Interpretation Profildiagramm verwenden

Ergebnis zum Beispiel aus Fragestellung 2:

Es besteht ein sigifikanter Wechselwirkungseffekt ($p < 0{,}001$): Burschen und Mädchen helfen annähernd gleichviel im Haushalt mit, wenn die Mutter nicht berufstätig ist. Wenn die Mutter aber berufstätig ist, steigt im Vergleich die durchschnittliche Zahl der Arbeitsstunden von Mädchen, während sich jene der Burschen verringert.