

Einleitung

Literatur

- ▶ KNUT SYDSÆTER, PETER HAMMOND
Essential Mathematics for Economics Analysis
Prentice Hall, 3rd ed., 2008
- ▶ KNUT SYDSÆTER, PETER HAMMOND, ATLE SEIERSTAD, ARNE STRØM
Further Mathematics for Economics Analysis
Prentice Hall, 2005
- ▶ ALPHA C. CHIANG, KEVIN WAINWRIGHT
Fundamental Methods of Mathematical Economics
McGraw-Hill, 2005
- ▶ JOSEF LEYDOLD
Mathematik für Ökonomen
3. Auflage, Oldenbourg Verlag, München, 2003

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 1 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 2 / 23

Weitere Übungsbeispiele

Die Bücher aus der Reihe *Schaum's Outline Series* (McGraw Hill) bieten umfangreiche Sammlungen von Musteraufgaben und Übungsbeispielen mit zum Teil ausführlichen Lösungen. Insbesondere seien die folgenden Bücher erwähnt:

- ▶ SEYMOUR LIPSCHUTZ, MARC LIPSON
Linear Algebra, 4th ed., McGraw Hill, 2009
- ▶ RICHARD BRONSON
Matrix Operations, 2nd ed., McGraw Hill, 2011
- ▶ ELLIOT MENDELSON
Beginning Calculus, 3rd ed., McGraw Hill, 2003
- ▶ ROBERT WREDE, MURRAY R. SPIEGEL
Advanced Calculus, 3rd ed., McGraw Hill, 2010
- ▶ ELLIOTT MENDELSON
3,000 Solved Problems in Calculus, McGraw Hill, 1988

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 3 / 23

Über die mathematische Methode

Man kann also gar nicht prinzipieller Gegner der mathematischen Denkformen sein, sonst müsste man das Denken auf diesem Gebiete überhaupt aufgeben. Was man meint, wenn man die mathematische Methode ablehnt, ist vielmehr die höhere Mathematik. Man hilft sich, wo es absolut nötig ist, lieber mit schematischen Darstellungen und ähnlichen primitiven Behelfen, als mit der angemessenen Methode.

Das ist nun aber natürlich unzulässig.

Joseph Schumpeter (1906)

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 3 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 4 / 23

Statische (Gleichgewichts-) Analyse

- ▶ Welcher Preis herrscht in Marktgleichgewicht?
Finde den Preis bei dem Angebots- und Nachfragefunktion übereinstimmen.
- ▶ Welche Gütermengen müssen in einer Volkswirtschaft produziert werden, damit Konsum und Exporte befriedigt werden können?
Finde Inverse einer Matrix in einem Leontief Input-Output Modell.
- ▶ Wie verhält sich ein Konsument, der seinen Nutzen optimiert?
Finde des absolute Maximum der Nutzenfunktion.
- ▶ Wie lautet das optimale Produktionsprogramm einer Firma?
Finde das absolute Maximum der Erlösfunktion.

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 5 / 23

Komparativ-statische Analyse

- ▶ In welche Richtung bewegen sich die Preise, wenn das Marktgleichgewicht gestört wird?
Bestimme die Ableitung des Preises als Funktion der Zeit.
- ▶ Wie lautet der marginale Produktionsvektor, wenn sich die Nachfrage in einem Leontief-Modell ändert?
Bestimme die Ableitung einer vektorwertigen Funktion.
- ▶ Wie ändert sich der optimale Nutzen eines Konsumenten, wenn sich Einkommen oder Preise ändern?
Bestimme die Ableitung des maximalen Nutzens nach den Modellparametern.

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 5 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 6 / 23

Dynamische Analyse

- ▶ Wir kennen die Änderungsrate eines Preises nach der Zeit. Welchen Verlauf nimmt die Preisentwicklung?
Löse eine Differential- oder Differenzgleichung.
- ▶ Welche Investitionspolitik eines Staates optimiert das Wirtschaftswachstum?
Bestimme die Parameter einer Differentialgleichung, sodass der Endpunkt der Lösungsfunktion maximal wird.
- ▶ Wie lautet die Anlagestrategie eines Konsumenten, die seinen intertemporalen Nutzen maximiert.
Bestimme die Sparrate (als Funktion der Zeit), die die Summe des diskontierten Konsums optimiert.

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 7 / 23

Lernziele – Grundlagen

- ▶ Lineare Algebra:
Matrix und Vektor · Matrixalgebra · Determinante · Eigenwerte
- ▶ Univariate Analysis:
Funktion · Graph · injektiv und surjektiv · Limes · Stetigkeit · Differentialquotient und Ableitung · Monotonie · konvex und konkav
- ▶ Multivariate Analysis:
partielle Ableitung · Gradient und Jacobische Matrix · totales Differential · implizite und inverse Funktion · Hessematrix und quadratische Form · Taylorreihe

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 8 / 23

Lernziele – Optimierung

- ▶ Statische Optimierung:
lokale und globale Extrema · Lagrange-Funktion und Kuhn-Tucker Bedingung · Umhüllungssatz
- ▶ Dynamische Analyse:
Integration · (Systeme von) Differentialgleichung · stabiler und instabiler Fixpunkt · Sattelpunkt · Transversalitätsbedingung · Kontrolltheorie und Hamiltonfunktion

Ablauf der Lehrveranstaltung

- ▶ Eigenständiges Vorbereiten eines neuen Kapitels (Handouts).
- ▶ Präsentationen des neuen Lehrstoffes mit Beispielen.
- ▶ Hausübungen.
- ▶ Besprechung der Übungsaufgaben (mittwochs).
- ▶ Endtest.

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 9 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 10 / 23

Voraussetzungen*

Mathematische Grundkenntnisse gehören zu den Voraussetzungen zum erfolgreichen Abschluß dieser Lehrveranstaltung und sollten bereits in der Schule oder in den Einführungslehrveranstaltungen Ihres Bakkelaureatsstudiums erworben sein.

Auf der Webseite dieser Lehrveranstaltung finden Sie daher das Skriptum *Mathematik – Grundlagen*. Es enthält eine Zusammenfassung dieser Grundkenntnisse und bietet die Möglichkeit, eventuell vorhandene Wissenslücken zu beheben. Dieser Stoff ist daher auch prüfungsrelevant.

Einige der Folien behandeln trotzdem diese Grundlagen. Sie sind durch ein * im Folientitel gekennzeichnet. Diese Folien werden aber nur bei Bedarf erklärt.

Voraussetzungen – Probleme*

Folgende Aufgaben bereiten erfahrungsgemäß besondere Probleme:

- ▶ das Zeichnen (oder Skizzieren) von Funktionsgraphen,
- ▶ Äquivalenzumformungen von Gleichungen,
- ▶ das Arbeiten mit Ungleichungen,
- ▶ die korrekte Handhabung von Bruchtermen,
- ▶ das Rechnen mit Exponenten und Logarithmen,
- ▶ das unnötige Ausmultiplizieren von Produkten,
- ▶ das Verwenden der mathematischen Notation.

Die präsentierten „Lösungen“ derartiger (Teil-) Aufgaben sind überraschend oft falsch.

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 11 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 12 / 23

Inhaltsverzeichnis – I – Propädeutik

Logik, Mengen und Abbildungen

Aussagenlogik
Mengen
Abbildungen
Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis – II – Lineare Algebra

Matrixalgebra

Prolog
Matrix
Rechnen mit Matrizen
Vektoren
Lineare Gleichungssysteme
Das Gaußsche Eliminationsverfahren
Das Gauß-Jordansche Verfahren
Epilog
Zusammenfassung

Vektorräume

Der Vektorraum
Rang einer Matrix
Basis und Dimension
Lineare Abbildung

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 13 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 14 / 23

Inhaltsverzeichnis – II – Lineare Algebra / 2

Zusammenfassung

Determinante

Definition und Eigenschaften
Berechnung
Cramersche Regel
Zusammenfassung

Eigenwerte

Eigenwerte und Eigenvektoren
Diagonalisieren
Quadratische Form
Hauptkomponentenanalyse
Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis – III – Analysis

Funktionen

Reelle Funktionen
Spezielle Funktionen
Elementare Funktionen
Grenzwert
Stetigkeit
Funktionen in mehreren Variablen
Wege
Allgemeine reelle Funktionen
Zusammenfassung

Differentialrechnung

Differentialquotient
Differential
Ableitung
Monotonie

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 15 / 23

Josef Leydold – Mathematik für VW – WS 2017/18

Einleitung – 16 / 23

Inhaltsverzeichnis – III – Analysis / 2

Krümmung
Elastizität
Partielle Ableitung
Partielle Elastizitäten
Gradient
Totales Differential
Jacobische Matrix
Zusammenfassung

Inverse und implizite Funktionen

Inverse Funktionen
Implizite Funktionen
Zusammenfassung

Taylorreihen

Taylorreihen
Konvergenz

Inhaltsverzeichnis – III – Analysis / 3

Rechnen mit Taylorreihen
Funktionen in mehreren Variablen
Zusammenfassung

Integration

Riemann-Integral
Stammfunktion
Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung
Uneigentliches Integral
Differenzieren unter dem Integral
Doppelintegrale
Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis – IV – Statische Optimierung

Extrema

Konvexe Mengen
Konvex und konkav
Extrema
Lokale Extrema
Quasi-konvex und quasi-konkav
Umhüllungssatz
Zusammenfassung

Lagrange-Funktion

Optimierung unter Nebenbedingungen
Lagrange-Ansatz
Viele Variablen und Gleichungen
Globale Extrema
Umhüllungssatz
Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis – IV – Statische Optimierung / 2

Kuhn-Tucker Bedingung

Graphisches Verfahren
Optimierung unter Nebenbedingungen
Die Kuhn-Tucker Bedingung
Der Satz von Kuhn-Tucker
Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis – V – Dynamische Optimierung

Differentialgleichungen

Was ist eine Differentialgleichung?
Lösungstechniken
Spezielle Differentialgleichungen
Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung
Qualitative Analyse
Zusammenfassung

Kontrolltheorie

Das Standardproblem
Zusammenfassung

Mathematischer Zweig

- ▶ Courses hold in the *international scientific language*, i.e. broken English (© Robert Trappl).
- ▶ Discuss basics of mathematical reasoning.
- ▶ Extend our tool box of mathematical methods for static optimization and dynamic optimization.
- ▶ For more information see the corresponding web pages for the courses *Mathematics I* and *Mathematics II*.

Viel Erfolg!